

Farklı Tip Karakteristik Modların Büyük Anten Dizilerinin Nümerik Çözümünde Kullanımının Karşılaştırılması

Erdoğan Erçil^{1,2}, Lale Alatan¹, Özlem Aydın Civi¹

¹ Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

² Radar, Elektronik Harp ve İstihbarat Sistemleri Grubu, ASELSAN, Ankara

Öz: Momentler metodunda problem boyutlarının büyümesine bağlı olarak ortaya çıkan problemleri azaltmak için geniş bölgelerde tanımlı baz fonksiyonları kullanımı sıkça başvurulmuş bir çözümdür. Bu kapsamda karakteristik modlar, büyük anten dizilerinin Momentler Metodu ile çözümünde yüksek seviye baz fonksiyonları olarak kullanılabilir. Karakteristik modlar, dizi anten problemi özelinde tek bir elemanın MoM çözümündeki empedans matrisinin özvektörleri olarak tanımlanmakta ve eleman üzerinde tanımlı nümerik baz fonksiyonları olarak ifade edilmektedir. Karakteristik modların kullanımı sayesinde çözülecek matris denkleminin boyutları önemli oranda küçültülebilmektedir. Bu bildiride, bazı örnek dizi anten problemleri aracılığıyla, literatürde kullanılan iki farklı karakteristik mod tipinin ve sayısının çözüm doğruluğuna olan etkisi araştırılmakta ve mod seçimi için bir yöntem önerisi yapılmaktadır.

I. Giriş

Elektriksel olarak büyük yapıların MoM çözümündeki geniş hafıza gereksinimi ve uzun çözüm zamanı gibi problemler, bilinmeyen sayısını azaltarak çözülmeye çalışılmaktadır. Bunu gerçekleştirmek için genellikle elektriksel olarak geniş bölgelerde tanımlı yüksek dereceli baz fonksiyonlarının kullanımına başvurulmaktadır. Büyük anten dizilerinin analizinde karakteristik modların kullanımı 90'lı yılların sonlarında bazı araştırmacılar tarafından önerilmiş ve kullanılagelmiştir[1-3]. Bu çalışmalarda genel yaklaşım şu şekilde özetlenebilir: Öncelikle tek bir dizi elemanı için özdeğer analizi yapılarak, tüm eleman üzerinde tanımlı olan karakteristik modlar, RWG baz fonksiyonları gibi alt-küme fonksiyonları cinsinden ifade edilir. Karakteristik modların sayısı kullanılan RWG baz fonksiyonu sayısına eşittir. Ancak bu karakteristik modlardan bazıları diğerlerinden daha baskındır ve tüm karakteristik modların en “baskın (önemli/etkin)” olanları baz fonksiyonu olarak seçildiği takdirde, büyük dizideki bilinmeyen sayısında önemli bir azalma sağlanır ve dizi akımları kabul edilebilir bir hata oranı ile hızlı ve verimli bir şekilde hesaplanabilir. Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde baskın olan karakteristik modların seçimi ile ilgili detaylı bir incelemenin sadece [3]’te yapıldığı görülmektedir. Söz konusu çalışmada dikkati çeken bir husus, [4]’te verilen genelleştirilmiş özvektörler ($R_v = \lambda X v$ denkleminin çözümleri) yerine klasik özvektörlerin (empedans matrisinin özvektörleri) kullanılmış olmasıdır. Ayrıca [3]’te karakteristik modlar bağlaşıklık ve bağlaşıklık olmayan modlar olarak ikiye ayrılmış ve problem boyutunun küçültülmesinde sadece bağlaşıklık olan modlar kullanılmıştır. Dizi akımları bağlaşıklık ve bağlaşıklık olmayan modların özvektörleri cinsinden bulunmaktadır. Bundan dolayı bu yöntem tüm dizinin etkin karakteristik modlar kullanılarak boyutları küçültülmüş empedans matrisinin özvektör çözümünün yapılmasını gerektirmektedir.

Bu bildiride sunulan çalışmanın amacı klasik ve genelleştirilmiş karakteristik modların, dizilerin MoM çözümlerinde bilinmeyen sayısını azaltmak amacıyla kullanımı ve iki farklı karakteristik mod yaklaşımının hata miktarı açısından karşılaştırılmasıdır. Bildirinin ikinci bölümünde kullanılan formülasyon özetlenecek, üçüncü bölümünde sayısal sonuçlar sunulacaktır. Bildiride, özvektör ve karakteristik mod ifadeleri birbirleri yerine kullanılabilir.

II. Formülasyon

Karakteristik mod kavramının [4] detaylarını burada tekrarlamak gerekli değildir, ancak makale boyunca kullanılacak bazı terimlere referans verebilmek için bir akım dağılımının genelleştirilmiş karakteristik modlar cinsinden açılımının tanımlanması faydalı olacaktır:

$$J = \sum_n \frac{V_n J_n}{1 + j\lambda_n}, \quad V_n = \iint_S J_n \cdot E^i ds \quad (1)$$

(1)’deki denklemde J cisim üzerindeki akım yoğunluğunu, J_n , n . karakteristik mod, λ_n , n . moda karşılık gelen özdeğeri ve E^i gelen elektromanyetik dalgayı ifade etmektedir. $1/(1+j\lambda_n)$ faktörü, karakteristik modları ilgili özdeğerler ile ağırlıklandırmaktadır ve bundan dolayı modun baskınlığını temsil etmektedir. Ayrıca mod uyarım katsayısı olan V_n , belli bir modun toplam akıma olan katkısını gösteren önemli bir faktördür.

Dizinin bir elemanı üzerindeki karakteristik modlar, tüm elemanlar üzerindeki akımları temsil etmekte kullanılabilir. N elemanlı bir dizi için her bir eleman üzerindeki akım dağılımı (I_n) (2)’de verildiği gibi, aynı karakteristik modların (J_m) farklı katsayı kümeleri (α_{nm}) ile ağırlıklandırılması ile ifade edilebilir:

$$I_n = \sum_m^M \alpha_{nm} J_m, \quad (2)$$

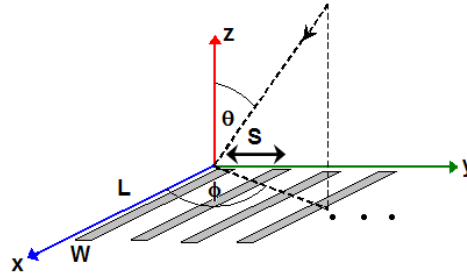
(2)'de M maksimum mod indisidir. J_m 'ler bu çalışmada, izole bir anten elemanının RWG baz fonksiyonları ile çözülen özvektörleridir. Empedans matrisi N^2 sayıda bloğa ayrılabilir (Z_{pn}). Z, dizinin empedans matrisi, I ile çarpıldığında (3) nolu denklemde verilen ifade elde edilir.

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \alpha_{nm} Z_{pn} J_m = V^p, \quad p = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

Bu denklemin her iki tarafı bütün J_m 'ler ile test edildiğinde $N \times N$ boyutlarında bir matris denklemi elde edilir. Elde edilen denklemde α_{nm} 'ler bilinmeyenlerdir. Eleman başına düşen orijinal bilinmeyen sayısı (RWG baz fonksiyon sayısı) P ise, matris sistemi $N \times N$ 'den $N \times N$ 'ye düşmektedir. M'nin P'ye göre çok küçük olabileceği örnekler ile gösterilecektir. Bildiri boyunca, ilgilenilen yapıların havada durduğu varsayılacak ve boşluk Green fonksiyonu kullanılacaktır.

III. Sayısal Sonuçlar

Örnek problemler iki farklı tip özvektör ile çözümlenmiştir: Genelleştirilmiş özvektörler ve klasik özvektörler. Buradan itibaren bunlara sırası ile 1. ve 2. tip özvektörler adı verilecektir. Ele alınan birinci problemin geometrisi Şekil 1'de gösterilmektedir. Bu geometri [3]'teki sonuçlar ile kıyaslayabilmek için özellikle seçilmiştir. Dizide $L=0.5\lambda$ ve $W=0.01\lambda$ boyutlarında 10 tane yan yana duran dipol anten mevcuttur. S değeri, 0.1λ ile 0.7λ arasında değiştirilmiştir. Dizi üzerine iki farklı açıdan ($\theta=0^\circ$ ve 60° , $\phi=90^\circ$) x yönünde polarize düzlemsel dalga gönderilerek iki farklı özvektör seçimi ile RKA (Radar kesit alanı) problemi çözülmüştür. Her bir dipol 63 RWG fonksiyonu ile ayrıştırılmıştır. Sadeleşme öncesinde matris boyutu 630×630 'dur. Her bir elemanda sadece 1 adet karakteristik mod kullanımı ile matris boyutu 10×10 'a düşürülmüştür.

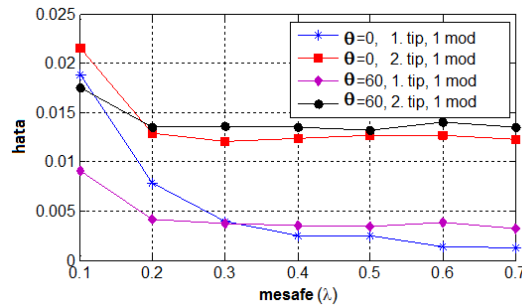


Şekil 1. Dipol dizi geometrisi

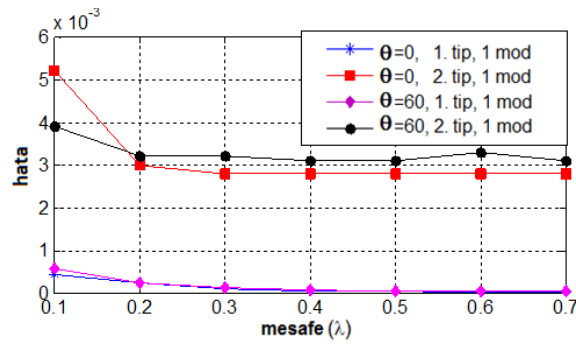
(5)'te verilen hata katsayısı yaklaşık çözümleri değerlendirmek için kullanılmıştır. İfadedeki $I^{\text{gerçek}}$ her bir elemanda 63 RWG fonksiyon kullanılan referans çözümü, $I^{\text{yaklaşık}}$ ise karakteristik mod kullanımı ile elde edilen çözümü göstermektedir.

$$\text{hata} = \frac{\|I^{\text{yaklaşık}} - I^{\text{gerçek}}\|}{\|I^{\text{gerçek}}\|} \quad (5)$$

Şekil 2 ve 3'te, 1 ve 3 modun seçimi ile elde edilen hata miktarlarının dizi elemanları arası mesafeye bağlı olarak değişimi gösterilmektedir. Genelleştirilmiş özvektörlerin kullanımı ile daha doğru sonuçlar elde edildiği ve mod sayısının artmasına bağlı olarak hata miktarının önemli oranda düştüğü gözlenmektedir.



Şekil 1. Tek mod kullanımı için mesafeye bağlı hata miktarı



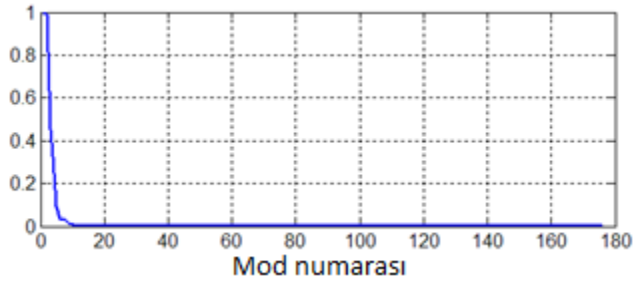
Şekil 2. Üç mod kullanımı için mesafeye bağlı hata miktarı

İkinci bir test problemi olarak 6x6'lık düzlemsel bir yama dizisi ele alınmıştır. Dizi elemanları ($0.5\lambda \times 0.5\lambda$) boyutlarındadır. Bu problemde farklı sayıda modlar için gerçekleşen hata miktarları Tablo-1'de verilmiştir. Görüleceği üzere, 2. tip modlar kullanıldığında, aynı düzeyde hata miktarı elde etmek için çok daha fazla mod kullanmak gerekli olmaktadır. Yöntemin uygulanmasında kritik bir nokta kullanılacak olan modların belirlenmesidir. Her iki mod için özdeğeri en düşük olan modlar seçilmektedir. Bu seçim kriteri 2. tip modlar için sadece bir yönde uzaysal değişim gösteren modları destekleyen yapılarda işe yaramaktadır. Yapının en/boy oranı 1'e yaklaştıkça bu kriter 2. tip modlar için uygun olmamakta, ancak 1. tip modlar için halen en önemli modları seçmeye yardımcı olmaktadır.

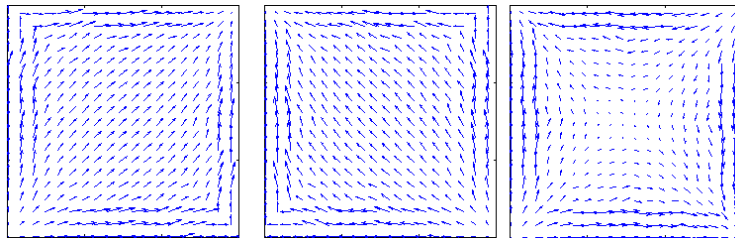
Tablo 1. 6x6 yama dizisi için sonuçlar

Yöntem	Matris boyutu	Hata
Klasik MoM	6336 x 6336	-
15 mod, 1. Tip	540 x 540	0.02017
66 mod, 2. Tip	2376 x 2376	0.02010
10 mod, 1. Tip	360 x 360	0.04901
59 mod, 2. Tip	2124 x 2124	0.04630

Farklı mod tiplerinin karşılaştırılmasından sonraki çalışmalar, etkin modların seçimine ilişkin kriterler üzerine yoğunlaşmıştır. Hata miktarının daha az olması nedeni ile analizler sadece 1. tip modlar için yapılmıştır. $0.5\lambda \times 0.5\lambda$ boyutlarındaki bir iletken levha 176 tane RWG baz fonksiyonu kullanarak incelenmiş ve bulunan karakteristik modlar, mod baskınlığı parametresine göre sıralanmıştır. Hesaplanan mod baskınlık değerleri bu sıralamaya göre Şekil 3'te sunulmaktadır. Grafikte görüldüğü gibi ilk 10 tane moddan sonraki modların etkisi oldukça düşüktür. Karakteristik mod kavramı hakkında daha iyi fikir vermesi amacı ile ilk üç karakteristik modun akım dağılımları Şekil 4'te sunulmaktadır.

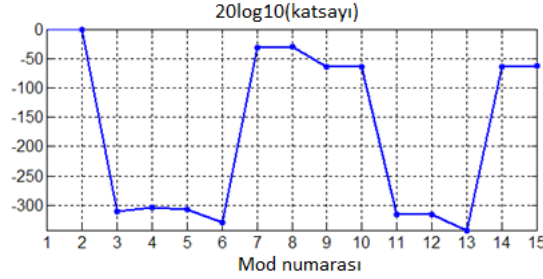


Şekil 3. Mod baskınlığı değerleri

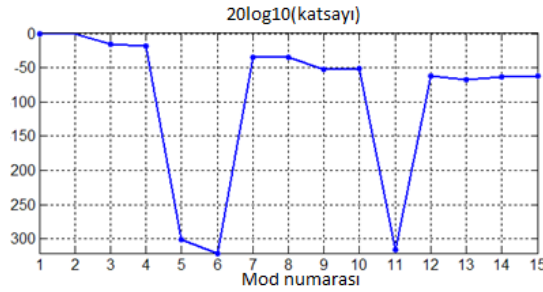


Şekil 4. İlk üç karakteristik modun akım dağılımı (soldan sağa sırasıyla 1., 2. ve 3. mod)

Tek bir iletken levhanın üzerindeki en baskın 15 karakteristik mod, baz fonksiyonları olarak seçilerek aynı iletken levha y-yönünde polarize olmuş bir dalga ile aydınlatılmış ve seçilen 15 karakterististik modun katsayıları hesaplanmış ve Şekil 5'te sunulmuştur. Bazı modların katsayılarının çok küçük olduğu gözlenmektedir. Bunun nedeni, o karakterististik modlara ilişkin akım dağılımlarında x-yönündeki akımların baskın olması ve y-yönünde polarize olmuş bir aydınlatmanın bu modları yeterince uyarmamasıdır. Bu gözlem ışığında, büyük bir dizinin analizi için seçilecek modların belirlenmesinde, mod baskınlığına ek olarak tek bir levha için elde edilen mod katsayılarının da bir kriter olarak kullanılabileceği düşünülmüştür. Bu olasılığın geçerliğinin sınanması amacı ile $0.5\lambda \times 0.5\lambda$ boyutlarında, kenarları arasında 0.1λ mesafe olan iki iletken levha, aynı 15 karakterististik mod kullanılarak incelenmiş ve elde edilen katsayılar Şekil 6'da sunulmuştur. Şekil 5 ve Şekil 6 karşılaştırıldığında, 3,4,12 ve 13 numaralı modların tek bir izole levhada uyarılmadığı ancak iki levha yanyana geldiğinde aralarındaki etkileşim nedeni ile bu modların da uyarıldığı gözlenmektedir. Bu gözlem, tek bir eleman için elde edilen karakterististik mod uyarılma katsayılarını, tüm dizinin analizinde kullanılacak modların seçiminde doğrudan bir kriter olarak kullanmanın uygun olmadığına işaret etmektedir. Mod uyarılma katsayılarının uygun bir şekilde seçim kriterlerine dahil edilebilmesi için daha detaylı çalışmalar yapılması gerekmektedir.



Şekil 5. Tek bir iletken levha için ilk 15 modun katsayıları (1.moda göre normalize edilmiş)



Şekil 6 Aralarında 0.1λ mesafe olan iki iletken levha için ilk 15 modun katsayıları (1.moda göre normalize edilmiş)

IV. Sonuç ve Değerlendirme

Literatürde bulunan iki farklı karakterististik mod tipinin MoM çözümünde kullanımı iki farklı dizi anten tipi üzerinden kıyaslanmıştır. Yapılan çalışma 2. tip modların kullanımının 1. tip modlara göre daha kısıtlı olduğunu göstermiştir. Karakteristik mod seçimi için mod baskınlığı kriter olarak seçilmiştir, ancak bu kriter optimum değildir. Genelgeçer bir mod seçim kuralı belirlemek için moda ait özdeğerlerin büyüklüğüne ek olarak mod uyarım katsayılarını da dikkate alabilecek bir kriter gerekmektedir. Bundan sonra yapılacak çalışmalar bu amaç üzerinde yoğunlaşacaktır.

V. Referanslar

- [1] Angiulli, G.; Di Massa, G, "Scattering from arbitrarily shaped microstrip patch antennas using the theory of characteristic modes," IEEE Int. Symp. on Antennas and Propagation, sayı 4, sf.1830-1833, 1998.
- [2] Cabedo-Fabres, M.; Antonino-Daviu, E.; Escuderos, D.S.; Rodrigo-Penarrocha, V.M., "On the Application of Characteristic Modes for the Analysis of Large Scale Antenna Problems," The Second European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP 2007, sf.1-7, 2007.
- [3] Bekers, D.J.; van Eijndhoven, S.J.L.; Tijhuis, A.G.; , "An Eigencurrent Approach for the Analysis of Finite Antenna Arrays," IEEE Trans. on Antennas and Propagation, sayı 57, no.12, sf.3772-3782, Aralık 2009.
- [4] Harrington, R.; Mautz, J., "Theory of characteristic modes for conducting bodies," IEEE Trans. on Antennas and Propagation, sayı 19, no.5, sf. 622- 628, Eylül 1971.