

Manyetik Rezonans-Elektriksel Empedans Tomografisi ile Yön Bağımlı İletkenlik Görüntülenebilmesi için Geliştirilmiş Eşpotansiyel Yansıtması Tabanlı Özgün Bir Görüntüleme Tekniği

Evren DEĞİRMENCİ^{1*} ve B. Murat EYÜBOĞLU²

¹Mersin Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü MERSİN,

²Orta Doğu Teknik Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü ANKARA

evren@eee.metu.edu.tr, meayub@metu.edu.tr

Özet: Manyetik Rezonans-Elektriksel Empedans Tomografisi (MR-EIT) tekniği ile, iletken bir cisme dışarıdan akım uygulanmasıyla oluşturulan akım yoğunluğu dağılımı ve yüzey gerilimi ölçümleri kullanılarak cisim içindeki iletkenlik dağılımı görüntülenebilmektedir. Bu çalışmada MR-EIT için, yön bağımlı iletkenlik görüntülemesi yapabilen özgün bir teknik önerilmektedir. Geliştirilen teknik, ölçüm benzetimleri ile sınanmış sonuçlar, tekniğin yön bağımlı iletkenliği başarılı şekilde geri oluşturabildiğini göstermiştir.

1. Giriş

Doku iletkenlik dağılımının ve bu dağılımın fizyolojik aktivite ile değişiminin canlı organizma içinde ölçülebilmesi, patolojilerin belirlenmesinde ve fizyolojik aktivitenin görüntülenmesinde yararlı olmaktadır [1, 2]. Vücut içindeki iletkenlik dağılımı Manyetik Rezonans-Elektriksel Empedans Tomografisi (MR-EIT) tekniği ile yüksek çözünürlüklü olarak görüntülenebilmektedir, ancak şimdiye kadar geliştirilen MR-EIT algoritmalarının tümünde ortamın iletkenliğinin yön bağımsız olduğu kabul edilmektedir [3]. Diğer taraftan, insan vücudundaki birçok dokunun yön bağımlı iletkenlik değerine sahip olduğu bilinmektedir [4]. İletkenlik bilgisi belirlenirken bu durumun göz önüne alınmasının hem elde edilen bilginin doğruluğunu arttıracığı, hem de bu bilginin uygulama alanını genişleteceği açıktır.

Bu çalışmada, MR-EIT için, yön bağımlı iletkenlik görüntülemesi yapabilen özgün bir teknik önerilmektedir. Bu teknik cismin içerisinde Manyetik Rezonans Görüntüleme (MRG) yardımıyla ölçülen akım çizgilerinden yararlanarak eş potansiyel çizgilerinin oluşturulmasını temel almaktadır. Daha sonra bu eş potansiyel çizgileri yardımıyla cisim yüzeyinden alınmış olan potansiyel ölçümleri cismin içine yansıtılmaktadır. Böylece cisim içerisindeki potansiyel dağılımı elde edilmektedir. Ardından bu potansiyel dağılımı ve ölçülen akım yoğunluğu bilgisi kullanılarak yön bağımlı iletkenlik iteratif olarak hesaplanmaktadır. Önerilen teknik çeşitli benzetim modelleriyle sınanmış ve elde edilen sonuçlar verilmiştir.

2. Yöntem

2.1. İleri Problem

Bilinen bir iletkenlik dağılımı ve sınır koşulları için yüzey gerilim değerlerinin ve akım yoğunluğu dağılımının hesaplanması süreci MR-EIT ileri problemi olarak tanımlanır. İletkenlik ve gerilim dağılımı arasındaki ilişki Neumann sınır koşulları ile birlikte Poisson denklemi ile aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\nabla \cdot \left(\frac{\sigma}{\epsilon} \nabla \phi \right) (x, y) = 0 \quad (x, y) \in S \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = \begin{cases} J & \text{pozitif elektrotta} \\ -J & \text{negatif elektrotta} \\ 0 & \text{diğer yerlerde} \end{cases} \quad (1-2)$$

Bu ifadeye $\frac{\sigma}{\epsilon}(x, y)$, $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}$ şeklinde tanımlanan iki boyutlu yön bağımlı elektriksel iletkenliği, ϕ

elektriksel gerilimi, S görüntülenecek cismin kesitini, n ise cisimden dışarı doğru olan birim normal vektörünü göstermektedir. Cisim içerisindeki gerilim dağılımı hesaplandıktan sonra, elektrik alan ve akım yoğunluğu

$$\vec{E} = -\nabla \phi \quad \vec{J} = \sigma \vec{E} = - \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \nabla \phi_x \\ \nabla \phi_y \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

formülleri kullanılarak bulunur. Karmaşık iletkenlik dağılımına sahip cisimlerdeki potansiyel dağılımını analitik olarak bulmak güç yada imkansız olduğundan, bu çalışmada, geliştirilen tekniğin sınanması amacıyla oluşturulan benzetim modelleri eşitlik (1-2)'de tanımlanan ileri problemin sonlu elemanlar yöntemi (SEY) yardımıyla çözülmesiyle elde edilmiştir. SEY modelinin oluşturulması ve problemin çözümünde FEMLAB[®] sonlu elemanlar çözümleyicisi kullanılmıştır.

2.2. Yön Bağımlı İletkenlik Dağılımının Geri Oluşturulması:

Geliştirilen iteratif tekniği, başlangıç (initial) iletkenlik matrisinin bulunması ve iteratif kısım olmak üzere iki ana bölümde açıklamak uygun olacaktır. Başlangıç iletkenlik matrisi bulunurken iletkenlik yön bağımsız kabul edilmekte ve dolayısıyla eş potansiyel çizgilerinin akım çizgilerine dik olduğu düşünülmektedir. Bu şekilde

* Adı geçen yazar Mersin Üniversitesi Adına Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde bütünsel doktora eğitimini sürdürmektedir. Yapılan çalışma Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde gerçekleştirilmiştir.

oluşturulan eş potansiyel çizgileri kullanılarak yüzey potansiyel değerleri cismin içine yansıtılır. Böylece cisim içerisindeki her bir piksele bir potansiyel değeri atanarak cisim içerisindeki potansiyel dağılımı elde edilir. Ardından 3×3 'lük Sobel matrisleri kullanılarak cisim içerisindeki potansiyel gradyanı hesaplanır. Cisim içerisindeki akım yoğunluğu dağılımı da bilindiğinden, tek bir akım basma düzeni için (4)'de görüldüğü gibi 4 bilinmeyenli iki denklem elde edilmektedir. Bu yüzden bu denklem setini çözebilmek için en az iki farklı akım basma düzene ihtiyac duyulmaktadır. Bu çalışmada 4 akım basma düzene kullanılmıştır. 4 akım basma düzene için eşitlik (4) aşağıdaki gibi doğrusal bir denklem seti olarak yazılabilir:

$$J_x^n = \sigma_{xx} \nabla \phi_x^n + \sigma_{xy} \nabla \phi_y^n, \quad J_y^n = \sigma_{yx} \nabla \phi_x^n + \sigma_{yy} \nabla \phi_y^n, \quad n = 1, \dots, 4 \quad (5)$$

Burada J_x^n ve J_y^n ($n=1, \dots, 4$), n'inci akım basma düzene için akım yoğunluğunun sırasıyla x ve y yönündeki bileşenleri, $\nabla \phi_x^n$ ve $\nabla \phi_y^n$ ($n=1, \dots, 4$) ise sırasıyla x ve y yönlü potansiyel gradyanlarıdır. Bu doğrusal denklemler matris-vektör formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{bmatrix} J_x^1 \\ J_x^2 \\ J_x^3 \\ J_x^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla \phi_x^1 & \nabla \phi_y^1 \\ \nabla \phi_x^2 & \nabla \phi_y^2 \\ \nabla \phi_x^3 & \nabla \phi_y^3 \\ \nabla \phi_x^4 & \nabla \phi_y^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} J_y^1 \\ J_y^2 \\ J_y^3 \\ J_y^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla \phi_x^1 & \nabla \phi_y^1 \\ \nabla \phi_x^2 & \nabla \phi_y^2 \\ \nabla \phi_x^3 & \nabla \phi_y^3 \\ \nabla \phi_x^4 & \nabla \phi_y^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{yx} \\ \sigma_{yy} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Bu eşitlikten, başlangıç iletkenlik matrisi elemanları aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \overline{\overline{G}}^{-1} \cdot J_x^{-1} \quad \begin{bmatrix} \sigma_{yx} \\ \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \overline{\overline{G}}^{-1} \cdot J_y^{-1} \quad (7)$$

Burada bulunan başlangıç iletkenlik matrisinin ardından iteratif bölüme geçilmektedir. Bu bölümde amaç iletkenliği yön bağımlı kabul ederek, bir başka deyişle eş potansiyel çizgilerini akım çizgilerine dik kabul ederek yapılan hatayı ortadan kaldırmaktır. Bunun için öncelikle eş potansiyel çizgilerinin her bir piksel içerisinde kaç derecelik bir açıyla geçtiğinin hesaplanması gerekmektedir. Eş potansiyel çizgilerinin potansiyel gradyanına dik olduğu bilindiğinden potansiyel gradyanının açısının hesaplanması da yeterli olmaktadır. Eşitlik (4)'ü, bulunan başlangıç iletkenlik değeri ve bilinen akım yoğunluğu bilgilerini kullanarak potansiyel gradyanının açısını bulmak için yeniden düzenlersek aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\alpha_{\nabla \phi}(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{J_y \cdot \sigma_{xx} - J_x \cdot \sigma_{yx}}{J_x \cdot \sigma_{yy} - J_y \cdot \sigma_{xy}} \right) (x, y) \quad (x, y) \in S \quad (8)$$

Burada bulunan açı değerlerinden 90° çıkarılarak hesaplanan yeni eşpotansiyel çizgileri yardımıyla yüzey potansiyel değerleri cismin içine tekrar yansıtılır ve cisim içerisindeki potansiyel dağılımı yeniden bulunur. Ardından bu yeni dağılım için potansiyel gradyanı hesaplanır. Bu işlemler, kullanılan 4 model için de tekrarlanır. Daha sonra eşitlik (7) kullanılarak yeni bir yön bağımlı iletkenlik dağılımı elde edilir. Tekrar eşitlik (8)'e dönülür ve buraya kadarki işlemler, akım yoğunluğu için belirlenen bir hata tolerans değeri karşılanıncaya kadar tekrarlanır.

Geliştirilen tekniğin sınaması amacıyla 4 farklı akım basma düzene modellenmiştir. Bu modeller Şekil 1a'da gösterilmiştir. Modellerin tümünde değeri 1 mS cm^{-1} olan yön bağımsız iletkenliğe sahip bir arkaplan içerisine

yerleştirilen ve değeri $\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \text{ mS cm}^{-1}$ olan yön bağımlı iletkenlikli cisim kullanılmıştır. 150

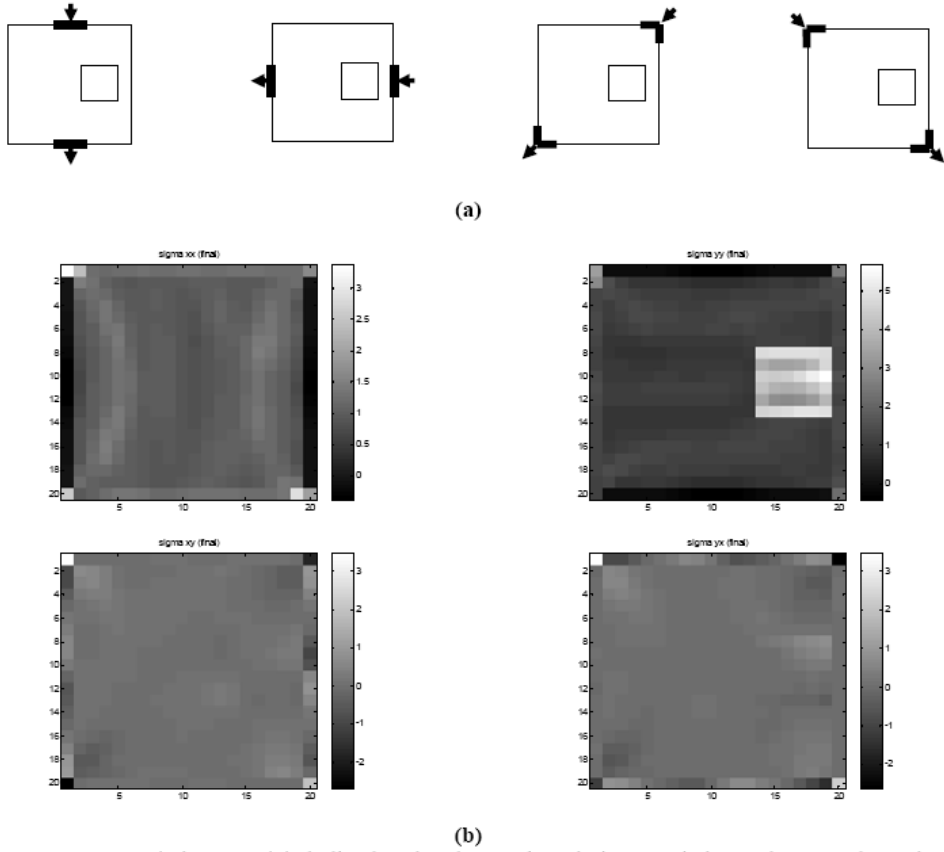
iterasyon sonucunda geri oluşturulmuş iletkenlik görüntüleri Şekil 1b'de verilmiştir.

3. Sonuç

Geliştirilen yöntem ile oluşturulan iletkenlik görüntülerinin nicel doğruluklarının sınaması amacıyla oransal hatalar aşağıda verilmiştir:

$$\varepsilon_{\sigma_x} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{(\sigma_{jrx} - \sigma_{jcx})^2}{\sigma_{jrx}^2}} \times 100 \quad \varepsilon_{\sigma_y} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{(\sigma_{jry} - \sigma_{jcy})^2}{\sigma_{jry}^2}} \times 100 \quad (9)$$

Bu ifadelerde N toplam eleman sayısını, σ_{jrx} ve σ_{jry} sırasıyla yön bağımlı iletkenlik için x ve y yönlerindeki gerçek iletkenlik değerlerini, σ_{jcx} ve σ_{jcy} ise bu yönlerdeki oluşturulan iletkenlik değerini göstermektedir. Elde edilen yüzde hatalar Tablo 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1: (a) geri oluşturma için kullanılan akım basma düzenleri, (b) geri oluşturulmuş yön bağımlı iletkenlik görüntüleri.

Tablo 1: Cisim ve arkaplan için bulunan iletkenlik değerlerinin yüzde hataları.

Cisim		Arkaplan	
ε_{σ_x} (%)	ε_{σ_y} (%)	ε_{σ_x} (%)	ε_{σ_y} (%)
19.6574	20.2085	15.3071	16.1859

Sonuçlardan da görüldüğü gibi geliştirilen teknik yön bağımlı iletkenliği kabul edilebilir hatalarla geri oluşturabilmektedir. Teknik ayrıca yön bağımsız iletkenliğe sahip arka planı da benzer hatalarla geri oluşturmuştur.

Kaynaklar

- [1] Boone K., Barber D. C. ve Brown B. H., "Imaging with electricity: Report of the European Concerted Action on Impedance Tomography", J. of Med. Eng. and Tech. of Biomed. Eng., Cilt 21, No:6, s.467-479, 1996.
- [2] Morucci J. P. ve Rigaud B., "Bioelectrical impedance techniques in Medicine Part III: Impedance Imaging, Medical Applications", Critical Reviews in Biomedical Engineering, s.622-677, 1996.
- [3] Ö. Birgül, B. M. Eyüboğlu ve Y. Z. İder, "Current constrained voltage scaled reconstruction (CCVSR) algorithm for magnetic resonance-electrical impedance tomography and performance with different probing current patterns", Phys. Med. Biol, cilt 48, s 653-671, 2003.
- [4] W. Breckon, "The problem of anisotropy in electrical impedance tomography", Proc. of IEEE EMBS Conf., cilt 14, s.1734-1735, 1992.