

MÜKEMMEL İLETKEN BİR DÜZLEM ÜZERİNDEKİ HOMOJEN OLMAYAN BİR TABAKANIN BİR BOYUTLU ELEKTROMAGNETİK PROFİLİNİN BELİRLENMESİ

Fatih Yaman, Ali Yapar
İstanbul Teknik Üniversitesi
Elektronik- Haberleşme Mühendisliği Bölümü
Maslak / İSTANBUL
fatihyaman@ehb.itu.edu.tr, aliyapar@ehb.itu.edu.tr

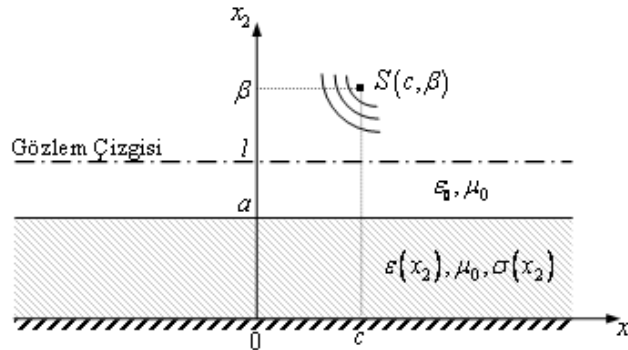
Özet: Bu çalışmada mükemmel iletken bir düzlem üzerine yerleştirilmiş homojen olmayan bir tabakanın bir boyutlu elektromagnetik profilinin belirlenmesi için Newton iterasyonuna dayanan bir yöntem uygulanmıştır. Bu amaçla, parametreleri bir boyutta keyfi olarak değişen kayıplı bir dielektrik tabaka bir çizgisel kaynakla aydınlatılmış ve saçılan alanın tabakaya paralel bir düzlem üzerinde ölçüldüğü varsayılmıştır. Problem önce Fourier dönüşümü yardımıyla lineer olmayan bir integral denkleme dönüştürülmüş ve bu denklem Newton iterasyonuna dayanan bir yöntemle lineerleştirilerek çözülmüştür. Önerilen yöntem çeşitli sayısal uygulamalarla test edilerek geçerlilik bölgesi ve çeşitli parametrelerin çözüme olan etkisi ayrıntılı olarak incelenmiştir.

1. Giriş:

Bir boyutlu profil belirleme problemleri, matematiksel ve fiziksel anlamları itibariyle ilgi çekmekle beraber, bu problemlerin; biyomedikal görüntüleme, hedef algılama, atmosfer profilinin belirlenmesi vb. bir çok pratik uygulamaları da mevcuttur [1]. Bu türden bir problemin asıl hedefi, fiziksel olarak erişilemeyen bir ortamın elektromagnetik parametrelerini, belirli bir bölge içerisinde ölçülen saçılan alanı kullanarak elde etmeye dayanır [2]. Bu çalışmada, mükemmel iletken bir düzlem üzerine yerleştirilmiş homojen olmayan kayıplı bir tabakanın bir boyutlu elektromagnetik profilinin belirlenmesi için Newton iterasyonuna dayalı bir metod kullanılmıştır. Tabaka, zamanla değişimi sinusoidal olan TM polarize bir çizgisel kaynak ile aydınlatılmış olup, saçılan alan tabaka üzerindeki doğrusal bir çizgi üzerinde ölçülmüştür. Daha sonra problem lineer olmayan bir operatör denklem sistemine indirgenip regülerize edilerek çözülmüştür.

2. Problemin Formülasyonu:

Şekil 1 ' de, $a < x_2 < \infty$ bölgesi boş uzay, $0 < x_2 < a$ bölgesi elektromagnetik parametreleri x_2 - yönünde değişen ve magnetik olmayan kayıplı bir dielektrik malzeme ile doldurulmuştur. Tabaka $x_2 = 0$ 'da mükemmel iletken düzlem tarafından sınırlandırılmıştır. Buradaki ters problem, $x_2 = l > a$ 'daki gözlem çizgisi üzerinde ölçülen alan değerlerini kullanarak düzlemsel ve homojen olmayan tabakanın ($\epsilon = \epsilon(x_2), \sigma = \sigma(x_2)$) ortam parametrelerinin belirlenmesidir.



Şekil 1. Problemin Geometrisi

Elektrik alan vektörü her zaman Ox_3 - yönüne paralel kalacağından ve problem geometrisi x_3 - yönünde homojen olduğundan, toplam elektrik alan $\vec{E}$, x_3 - eksenine paralel olacaktır. Böylece problem skaler hale indirgenir. ($\vec{E} = (0, 0, E)$). Bu alan, indirgenmiş dalga denklemini alan değerinin mükemmel iletken düzlem üzerinde sıfır olması sınır koşulu ile birlikte sağlayacaktır. Problemi daha kolay formüle edebilmek için $E = u_0 + u_s$ olarak yazıldığında, u_0 tabakanın olmadığı haldeki toplam alan, saçılan alan olarak tanımladığımız u_s ise homojen olmayan dielektrik tabakanın katkısına karşı gelmekte olup $x_2 \rightarrow \infty$ için uygun radyasyon koşulu altında aşağıdaki denklemi ve sınır koşulunu sağlar;

$$\Delta u_s + k_0^2 u_s = -k_0^2 v(x_2) E \quad (1)$$

$$u_s(x_1, 0) = 0 \quad (2)$$

Burada $v(x_2)$ cisim fonksiyonunu ifade etmekte olup

$$v(x_2) = \frac{\varepsilon(x_2) + i\sigma(x_2)/\omega}{\varepsilon_0} - 1 \quad (3)$$

ile verilmektedir. (1) denkleminin Fourier dönüşümü ve buna ilişkin Green Fonksiyonu kullanılarak aşağıdaki integral denklem elde edilir.

$$\hat{u}_s(\alpha, x_2) = k_0^2 \int_0^a \hat{G}(\alpha, x_2, x'_2) v(x'_2) \hat{E}(\alpha, x'_2) dx'_2 \quad (4)$$

(4) denklemi içerisindeki şapkalı terimler, ilgili şapkasız terime ait Fourier dönüşümünü ifade eder.

3. Newton Yöntemi ile Problemin Çözümü

(4) denkleminde $x_2 = l$ konulduğunda, cisim fonksiyonu ile gözlem çizgisi üzerinde ölçülen saçılan alan değerlerini birbirine bağlayan aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\hat{u}_s(\alpha, l) = k_0^2 \int_0^a \hat{G}(\alpha, l, x'_2) v(x'_2) \hat{E}(\alpha, x'_2) dx'_2 \quad (5)$$

Bu adımdan sonra, (5) denkleminin içerisinde görülen $v(x_2)$ ifadesini çözmek için iteratif bir yöntem kullanacağız. Bunun için öncelikle (5) denklemini daha kompakt bir halde ifade edelim,

$$F(v) = \hat{u}_s(\alpha, l) \quad (6)$$

Burada,

$$F(v) = k_0^2 \int_0^a \hat{G}(\alpha, l, x'_2) v(x'_2) \hat{E}(\alpha, x'_2) dx'_2 \quad (7)$$

olarak tanımlı olup, (7) denklemi cisim fonksiyonuna göre lineer olmayan bir integral denkleme dönüşmüştür. Bu denklem lineerleştirildikten sonra Newton anlamında çözülebilir. (6) denklemi verilen $\hat{u}_s(\alpha, l)$ datası için aşağıdaki lineerleştirilmiş denklemle yer değiştirilebilir,

$$F(v) + F'(v) \delta v = \hat{u}_s \quad (8)$$

(8) denklemi cisim fonksiyonunun yaklaşık değerini bulmak üzere δv için çözülmelidir. Böylece cisim fonksiyonunun $v + \delta v$ için yeni hesaplanan değeri öncekine göre daha iyileştirilmiş olacaktır. Newton yöntemi, (8) denkleminin $v^{m+1} = v^m + \delta v^{m+1}$ ifadesinin yaklaşık değerlerinden oluşan diziyi elde edebilmek için aşağıdaki iterasyon prosedürünü içerir;

$$F'(v^m) \delta v^{m+1} = \hat{u}_s(\alpha, l) - F(v^m) \quad (9)$$

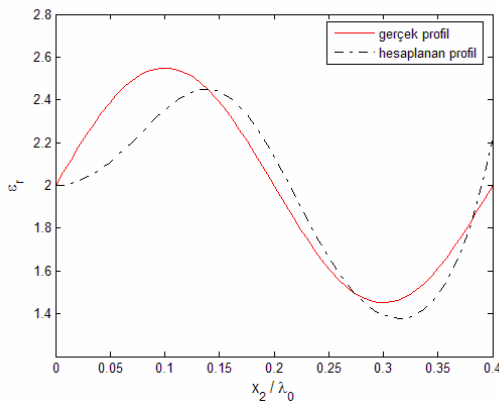
Ters problemin karakterinden ötürü $[F']^{-1}$ operatörü klasik anlamda mevcut değildir. Bu nedenle regülarizasyon tekniği uygulanmalıdır. Tikhonov anlamında regülarizasyon

$$(\tau_m + F'^* F'(v^m)) \delta v^{m+1} = F'^* (\hat{u}_s(\alpha, l) - F(v^m)) \quad (10)$$

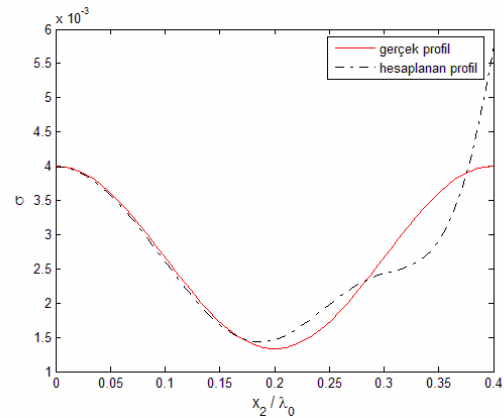
denklemi ile gerçekleşir. Burada F'^* , F' operatörünün adjoint'ini τ_m ise regülarizasyon parametresini gösterir.

4. Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde, yukarıda anlatılan metodun uygulanabilirliğinin test edilmesi amacıyla bazı sayısal sonuçlar verilmiştir. Birinci örnekte, mükemmel iletken düzlem üzerine yerleştirilmiş homojen olmayan kayıplı bir dielektrik tabakanın bağıl dielektrik sabitinin ve iletkenliğinin belirlenmesine ait sonuçlar görülmektedir. (Şekil 2a ve Şekil 2b)



Şekil 2a. Kayıplı dielektrik tabakanın bağıl dielektrik sabitinin, gerçek profili ile Newton Metoduyla hesaplanan profilinin değişimi



Şekil 2b. Kayıplı dielektrik tabakanın iletkenliğinin, gerçek profili ile Newton Metoduyla hesaplanan profilinin değişimi

5. Sonuçlar

Bir boyutlu profil belirleme problemine Newton iteratif metodu uygulanmıştır. Sayısal uygulamalardan görülmektedir ki yöntem, Born tabanlı metodlara göre daha etkilidir. Ancak bahsedilen metodun uygulanmasındaki kritik noktalar, iterasyona başlarken iyi bir başlangıç değerinin seçilmesi ve uygun regülarizasyon parametresinin belirlenmesidir. Bu iki değer sonuçları büyük ölçüde etkilemektedir.

Kaynaklar

- [1]. Boerner W.M., Jordan A.K., Kay I.W., "Introduction to the Special Issue on Inverse Methods in Electromagnetics.", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 29 (2), s. 185-189, 1981
- [2]. Yapar A., Sahintürk H., Akduman I., Kress R., "One - dimensional profile inversion of a cylindrical layer with inhomogeneous impedance boundary: A Newton-type iterative solution", IEEE Trans. On Geoscience and Remote Sensing, 43 (10), s. 2192-2199, 2005