

ÇOK KATMANLI SİLİNDİR YAPILARDA KAPALI FORMDA GREEN FONKSİYONLARI KULLANILARAK YARIKLARIN İNCELENMESİ

R. Cüneyt Acar¹ ve Gülbin Dural²
1:HC-AEDM ASELSAN A.Ş.-Turkey
e-mail: rcacar@aselsan.com.tr

2:METU Dept. of Electrical and Electronics Eng., 06531 Ankara-Turkey
e-mail: gulbin@metu.edu.tr

Özet: Bu çalışmada, çok katmanlı silindirik yapı üzerine yerleştirilmiş ince yarık, Moment Metod tekniği ile birlikte kapalı formdaki Green fonksiyonlar kullanılarak incelenmektedir. Çok katmanlı silindirik üzerindeki yarık, eşdeğerlik prensibi kullanılarak eşdeğer manyetik akım dağılımı ile temsil edilmekte, yarık üzerinde oluşan bu manyetik akım dağılımları gerçek uzayda kapalı form Green fonksiyonları ve MoM kullanılarak hesaplanmaktadır. MoM matris elemanlarının hesaplanmasında, kaynak ve gözlem açılarının (ϕ ve ϕ') yakınlığına bağlı bir karma metod kullanılmaktadır, silindirik üzerine yerleştirilmiş iki ince yarık arasındaki karşılıklı bağlaşımlar hesaplanmıştır.

1. Giriş

Yarık geometrileri, transmisyon hat veya yayan eleman olmak üzere geniş spektrumunda uygulamalara sahiptir ve literatürde geniş yer bulmaktadır. Yarık geometrileri analizinde en çok kullanılan numerik teknik Moment Method (MoM)'tur. MoM, hesaplama zamanı açısından verimli olduğundan diğer numerik tekniklere göre tercih edilmesine rağmen, numerik olarak hesaplanan Sommerfeld integrali'nin yavaş yakınsaması ve doğasındaki içerdiği salınım nedeniyle hala zaman olarak yeterince verimli olamamaktadır. Çözüm olarak, gerçek uzayda kapalı form Green fonksiyonları kullanılarak MoM matris elemanları hesaplama zamanı Sommerfeld integrali'nin numerik olarak hesaplamasına göre hızlandırılabilir.

Bu makalede, çok katmanlı silindirik yapı üzerine yerleştirilmiş ince yarık, Moment Metod tekniği ile birlikte kapalı formdaki Green fonksiyonlar kullanılarak numerik olarak verimli bir şekilde incelenmektedir. Çok katmanlı silindirik üzerindeki yarık, eşdeğerlik prensibi kullanılarak eşdeğer manyetik akım dağılımı ile temsil edilmektedir. Yarık üzerinde oluşan bu manyetik akım dağılımları, gerçek uzayda kapalı form Green fonksiyonları ve MoM kullanılarak hesaplanmış ve çeşitli besleme noktalarına göre çizdirilmiştir. MoM matris elemanlarının hesaplanmasında, kaynak ve gözlem açılarının (ϕ ve ϕ') yakınlığına bağlı bir karma metod kullanılmaktadır. Eğer ϕ açısı ϕ' açısına yakın değilse, matris elemanları hesaplamasında kapalı formdaki Green fonksiyon kullanılır. Eğer ϕ açısı ϕ' açısına yakınsa, spektral uzaydaki Green fonksiyonlarının yakınsama probleminden dolayı, $\phi - \phi'$ fark terimi MoM'da katlanma (convolution) integralinin içine alınarak MoM matris elemanları hesaplanmıştır. Ayrıca aynı şekilde, yarıklar arası karşılıklı bağlaşımlar da incelenmiştir.

Teori

Şekil 1'deki 3-katmanlı silindirik bir yapının üzerinde $\rho = a_1$ 'de dar bir yarık yer almaktadır.

Yarık, eşdeğerlik prensibi kullanılarak eşdeğer manyetik akım dağılımı $\vec{J}^m$ ile temsil edilmektedir. Bu akım dağılımı, İdeal İletkenin (PEC) içinde ve dışında aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\rho > a_1 \text{ için, } \vec{J}_{out}^m = \vec{E} \times \vec{a}_\rho = E_\phi \vec{a}_\phi \times \vec{a}_\rho = -E_\phi \vec{a}_z \quad (1)$$

$$\rho < a_1 \text{ için, } \vec{J}_{in}^m = \vec{E} \times (-\vec{a}_\rho) = E_\phi \vec{a}_\phi \times (-\vec{a}_\rho) = E_\phi \vec{a}_z \quad (2)$$

Teğet manyetik alan yarık üzerinde devamlı olduğundan,

$$J_s \delta(z-d) + (\vec{G}_{zz}^{in} * \vec{J}_{in}^m) = (\vec{G}_{zz}^{out} * \vec{J}_{out}^m) \quad (3)$$

Gerçek uzaydaki MoM matris denkleminde $[Z][I]=[V]$ kullanılan matris elemanları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} Z_{mn} &= \langle J_{zm}, G_{ZZ_{out}}^{H*} * J_{zn} \rangle + \langle J_{zm}, G_{ZZ_{in}}^{H*} * J_{zn} \rangle \\ Z_{mn} &= \langle J_{zm}, (G_{ZZ_{out}}^{H*} + G_{ZZ_{in}}^{H*}) * J_{zn} \rangle = \langle (G_{ZZ_{out}}^{H*} + G_{ZZ_{in}}^{H*}), J_{zm} * J_{zn} \rangle \\ V_m &= \langle J_{zm}, J_s \delta(z-d) \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

* katlanma işlemini, J_s bilinen kaynak akım dağılımını, J_{zm} , J_{zn} yarığın sırasıyla test ve baz fonksiyonlarını göstermektedir.

Şekil 1’de görüldüğü gibi, ilk yarığın yanına ikincisi yerleştirildiğinde MoM matris denklemini aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz:

$$\begin{bmatrix} \langle J_{m1}, \bar{G} * J_{n1} \rangle & \langle J_{m1}, \bar{G} * J_{n2} \rangle \\ \langle J_{m2}, \bar{G} * J_{n1} \rangle & \langle J_{m2}, \bar{G} * J_{n2} \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n1} \\ a_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\langle J_{m1}, J_s \delta(z-d) \rangle \\ -\langle J_{m2}, J_s \delta(z-d) \rangle \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$Z_{mn} = \iint dz d\phi \iint du dv G_{zz}(u,v) J_{mz}(z,\phi) J_{nz}(z-u,\phi-v) \quad (6)$$

(7)’de verilen kapalı formdaki Green fonksiyonu G_{zz} [1], (6)’ya yerleştirildiğinde, (8) elde edilir

$$G_{zz}(u,v) = \frac{1}{2\pi} \int dk_z e^{jk_z(z-z')} \sum_n G_{zz}^n(\rho=\rho, k_z) e^{j\eta(\phi-\phi')} \quad (7)$$

$$Z_{mn} = \iint dz d\phi \iint du dv \left\{ \frac{1}{2\pi} \int dk_z e^{jk_z(z-z')} (\sum_n G_{zz}^n e^{j\eta(\phi-\phi')}) \right\} J_{mz}(z,\phi) J_{nz}(z-u,\phi-v) \quad (8)$$

J_{nz} akım dağılımı, $J_{nz} = T_{nz}(z) P_{nz}(\phi)$ ifadesindeki gibi, z yönünde üçgensel fonksiyonun ve ϕ yönünde darbe fonksiyonunun çarpımı şeklinde ifade edildiğinde, integrallerin sırası değiştirildiğinde, (6) elde edilir

$$Z_{mn} = \iint du dv \left\{ \frac{1}{2\pi} \int dk_z e^{jk_z u} (\sum_n G_{zz}^n e^{j\eta(\phi-\phi')}) \right\} \int d\phi P_{m\phi}(\phi) P_{n\phi}(\phi-v) \left(\int dz T_{mz}(z) T_{nz}(z-u) \right) \quad (9)$$

(6)’daki son integral, katlanma integrali, analitik olarak hesaplanır. Matris elemanı Z_{mn} ’nin geri kalan hesaplanmasında karma bir metod kullanılır:

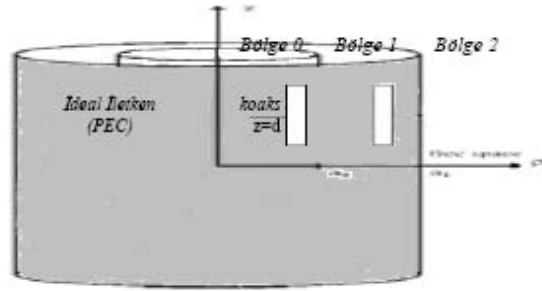
- Eğer ϕ açısı ϕ' açısına yakın değilse, ϕ integrali ve kapalı formdaki green fonksiyonu G_{zz} bağımsız hesaplanır;
- Eğer ϕ açısı ϕ' açısına yakın ise, (9)’dan elde edilen (10) kullanılarak hesaplama şöyle yapılır: ilk başta, ϕ integrali alınır, çıkan sonuç $\phi-\phi' = v$ integralinin içerisinde kullanıldıktan sonra, kapalı form Green’s fonksiyon metodu kullanılarak spektral k_z integrali hesaplanır.

$$Z_{mn} = \int du \left\{ \frac{1}{2\pi} \int dk_z e^{jk_z u} (\sum_n G_{zz}^n \int dv e^{j\eta v} (\int d\phi P_{m\phi}(\phi) P_{n\phi}(\phi-v))) \right\} \left(\int dz T_{mz}(z) T_{nz}(z-u) \right) \quad (10)$$

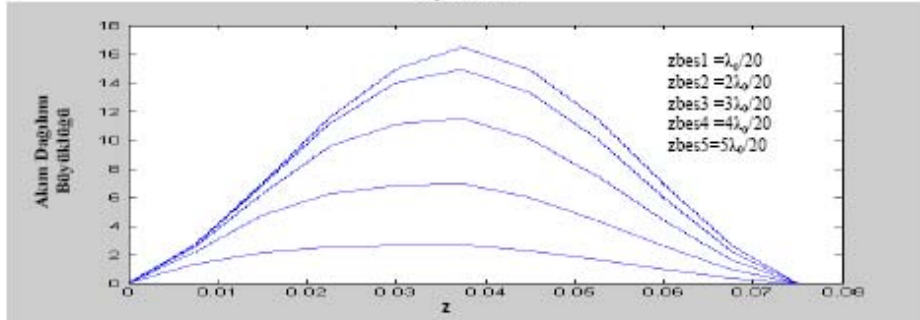
3. Uygulama

Şekil.1’deki 3-katmanlı silindirik bir yapının üzerinde $\rho = a_1$ ’de yerleştirilen dar bir yarık ve iki dar yarığın arasındaki karşılıklı bağlaşım, önceki bölümdeki önerilen metod kullanılarak hesaplanmıştır.

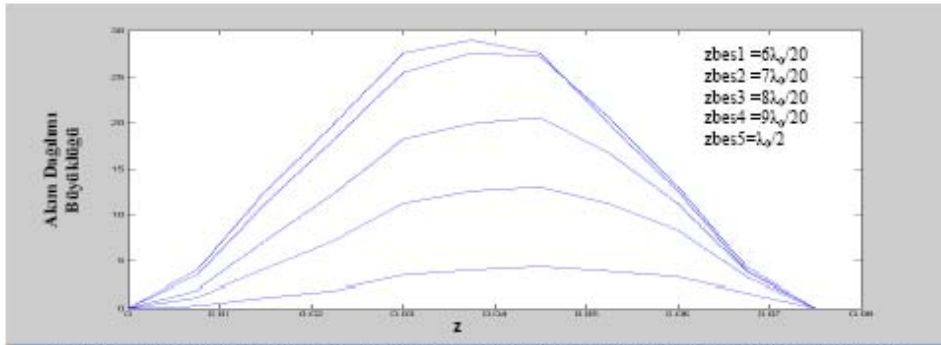
Birinci ve ikinci yarık arasındaki ϕ fark terimi $\pi/96$ ’dır. Kaynak olarak koaks kullanılmıştır. Her bir yarık eşit genişlikte ve $\lambda_0/2$ uzunluğundadır. Şekil.2’de tek yarıklı durumda, yarığın üzerindeki akım dağılımlarını, Şekil.3’te çift yarıklı durumda, 1. yarığın üzerindeki besleme noktalarına bağlı akım dağılımı verilmiştir.



Şekil 1. 3 katmanlı silindirik yapı, Bölge 0: $\epsilon_r=2$, $\mu_r=1$, Bölge 1: $\epsilon_r=5$, $\mu_r=1$, Bölge 2: Hava, $a_0=20\text{mm}$, $a_1=21\text{mm}$



Şekil 2. Tek yarıklı durumda, yarığın üzerindeki besleme noktalarına bağlı akım dağılımı



Şekil 3. Çift yarıklı durumda, 1. yarığın üzerindeki besleme noktalarına bağlı akım dağılımı

4. Sonuç

Sonuç olarak, kapalı formdaki Green fonksiyonların kullanımı, çok katmanlı silindirik yapılarındaki yarıkların analizi hesaplama verimliliğini artırmaktadır. Bu makalede, her ne kadar koaks ile beslenmiş ince yarık geometrileri incelenmiş olsa da yapılan bu çalışma, yarık bağlantımlı mikroşerit yama antenler ve şeritle beslenmiş yarık anten gibi çok katmanlı silindirik yapılarındaki genel yarık geometrilerine de uygulanabilir.

5. Kaynaklar

- [1]. Ç. Tokgöz, G. Dural, "Closed-form Green's functions for Cylindrically Stratified Media," IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Cilt 48, No. 1, Ocak 2000.
- [3]. Jin Sun, Chao-Fu Wang, Le-Wei Li, Mook-Seng Leong, "Further Improvement for Fast Computation of Mixed Potential Green's Functions for Cylindrically Stratified Media" IEEE Trans. Antennas Propag., Cilt 52, No.11, s. 3026-3036, Kasım 2004.