

Fiziksel Optik Yaklaşımının Radon Dönüşümü Yorumu ile NURBS Yüzeyleri Üzerinden Radar Kesit Alanı (RKA) Hesaplanması

Hüseyin A. Serim, A. Arif Ergin
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü
Elektronik Mühendisliği Bölümü
Gebze, Kocaeli.
haserim@gyte.edu.tr , aergin@gyte.edu.tr

Özet: Yüksek frekans asimptotik tekniklerinden biri olan Fiziksel Optik (FO) yaklaşımı, dalgaboyuna göre büyük yapılardan saçılmanın incelenmesinde, hızlı sonuç vermesi nedeniyle hala önemli bir rol oynamaktadır. Bu yaklaşımda, cisimden saçılan alanların bulunabilmesi için, cisim üzerinde indüklenen yüzey akımlarının bulunması ve bu akımlardan saçılan alan integralinin hesaplanması gerekmektedir. Bilgisayar grafikleri ve bilgisayar destekli tasarımın önemli bir aracı olan NURBS yüzeyleri üzerinde akım dağılımları belirlenebilmekte ve saçılan alanlar nümerik integrasyon ya da asimptotik yöntemlerle hesaplanabilmektedir. Bu çalışmada, NURBS yüzeyleri üzerinde indüklenen akımlar FO yöntemi ile bulunduğundan, saçılan alanların uzak alandaki formülasyonu NURBS yüzeyleri üzerinden FO integrali olarak adlandırılmaktadır. Sonucunu bulmak için FO integrali zaman uzayına geçirilerek Radon dönüşümü olarak yorumlanmıştır ve NURBS yüzeyi üzerinde alındığında kapalı formdaki tam analitik sonuca ulaşılmıştır. Sonuçların doğruluğu ve radar kesit alanı hesaplamadaki başarısı uygulamalarla gösterilmiştir.

1. Giriş

FO integralin analitik olarak hesaplanması, sadece üçgenler gibi basit geometrik yapılar üzerinden gerçekleştirilebilir [1][2]. Cisim üzerindeki eğrilik yarıçaplarını poligon modellemesine göre daha gerçekçi ifade edebildiğinden, NURBS yüzeyleri bilgisayar grafiklerinin ve bilgisayar destekli tasarımın günümüzdeki en önemli aracıdır [3]. NURBS yüzeyleri üzerinden saçılma ve radar kesit alanı (RKA, Radar Cross Section-RCS) hesaplamaları bu nedenle önemli bir ilgi alanı haline gelmiştir. Fakat NURBS yüzeyleri üzerinden FO integrali günümüze kadar sadece nümerik veya asimptotik olarak frekans uzayında yaklaşık sonuçlar üretecek şekilde alınabilmektedir [4]. Geniş bantlı elektromanyetik darbelerin saçılım analizi, zaman uzayı çözümlerinin önemini artırmaktadır. FO tekniğini zaman uzayına taşıyan yöntemler [5] de frekans uzayı çözümleri gibi yaklaşık sonuçlar vermektedir. Bu çalışmada, NURBS yüzeyler üzerinden alınması gereken FO integralinin tam analitik sonucunun zaman uzayında bulunması anlatılacaktır.

Mükemmel iletken cismin yüzeyi ile etkileşen elektromanyetik dalga, bu cismin yüzeyinde akımlar indüklenmesine sebep olur. Bu akımlar saçılan alanları oluşturur. Saçılan alanların hesaplanması için NURBS yüzeyi üzerinden FO integrali zaman uzayında Radon dönüşümü ile yorumlanarak analitik olarak hesaplanmaktadır. Radon dönüşümü ile zaman uzayında NURBS yüzeyi üzerinden FO integrali, basit zaman uzayı cevapları olarak belirir. Geri saçılma durumunda bu cevaplar, gelen dalganın dalga önyüzeyi (wavefront) ile NURBS yüzeyinin kesişiminden oluşan eğri parçasının uzunluğunun zamana göre değişimi ile NURBS yüzeyinin o noktadaki yüzey normalinin çarpımıdır. Bu zaman uzayı cevabının, ters Fourier transformu alınmakta ve bu yolla tekrar frekans uzayına geçilerek tam analitik çözüme de ulaşılabilmektedir.

2. NURBS Yüzeyleri Üzerinden FO İntegrali ve Tam Çözüm

Fiziksel Optik integrali, kaynağın ve gözlem noktasının uzak alanda olması, başka bir deyişle cisimle etkileşen dalganın düzlemsel olduğu varsayımı ile elde edilir. Bu şartlar altında, gelen dalga $\hat{p}_i$ polarizasyonunda, E_i genliğinde ve $\hat{k}_i$ yönünde ilerleyen bir düzlemsel dalga ise elektrik alan ifadesi, $E_i(\mathbf{r}, \omega) = \hat{p}_i E_i(\omega) \exp(-jk\hat{k}_i \cdot \mathbf{r})$, manyetik alan ifadesi ise $H_i(\mathbf{r}, \omega) = \eta_0^{-1} E_i(\omega) \hat{k}_i \times \hat{p}_i \exp(-jk\hat{k}_i \cdot \mathbf{r})$ şeklindedir. Burada $k = 2\pi/\lambda$ dalga sayısı, η_0 ise boşluğun karakteristik empedansıdır. Bu manyetik alan, mükemmel elektrik iletken bir saçıcı S yüzeyi üzerinde $\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega)$ akım yoğunluğunu oluşturur. Fiziksel optik

yaklaşımında, S 'nin aydınlatılmış yüzeyinden dışarıya doğru olan yüzey normali $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r})$ kullanılarak akım yoğunluğu,

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega) = 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_i(\mathbf{r}, \omega) = 2\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{k}}_i \times \eta_0^{-1} \mathbf{E}_i(\mathbf{r}, \omega) = 2\eta_0^{-1} \mathbf{E}_i(\omega) \hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i \exp(-jk \hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}) \quad r \in S \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. Saçılan alan $\mathbf{E}_s(\mathbf{r})$, $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ akım yoğunluğunun oluşturduğu alandır ve $\mathbf{r} = r \hat{\mathbf{k}}_s$ gözlem noktasındaki değeri,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{j\omega}{4\pi k^2} \nabla \times \nabla \times \int_S \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \quad (2)$$

formülü ile bulunur. Gözlem noktasının uzak alanda olduğu varsayımı ile $\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega)$ için basitleştirilmiş formül aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j\omega}{2\pi c} \mathbf{E}_i(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \int_S \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') e^{-jk(\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (3)$$

Denklem (3) ile ifade edilen eşitlik FO integralidir.

Bir $S(u, v)$ NURBS yüzeyi aşağıdaki formüller ile tanımlanır.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{i,j} \mathbf{P}_{i,j} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{i,j} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)} \quad (4)$$

Bu ifadede, $w_{i,j}$ ağırlıklar, $\mathbf{P}_{i,j}$ kontrol noktaları, $N_{i,p}(u)$ ile $N_{j,q}(v)$ ise u and v yönlerinde p ve q dereceden normalize B-spline'lardır. Bu B-spline'lar düğüm vektörleri olan $\mathbf{U}$ ve $\mathbf{V}$ üzerinden tanımlanır.[3] Aydınlık yüzey, birbiriyle kesismeyen S_n , ($n=1, \dots, N$) olmak üzere N adet NURBS yüzeyinden oluşuyorsa, $\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega)$ şu şekilde yazılabilir.

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j\omega}{2\pi c} \mathbf{E}_i(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \sum_{n=1}^N \mathbf{h}_n(\omega) \quad (5)$$

Bu ifadedeki $\mathbf{h}_n(\omega)$ vektörel bir büyüklüktür ve şu şekilde tanımlanır.

$$\mathbf{h}_n(\omega) = \int_{S_n} \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') e^{-jk(\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' = \int_{S_n} \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') e^{-j\omega(2/c) \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (6)$$

Bu denklemde $\mathbf{k}_r = (\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s)/2$ şeklinde yeni bir vektör tanımlanmıştır. Denklem (6) ile verilen $\mathbf{h}_n(\omega)$ değerinin analitik sonucunun bulunabilmesi için zaman uzayı ifadesi $\mathbf{h}_n(t)$,

$$\mathbf{h}_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}_n(\omega) e^{-j\omega t} d\omega = \int_{S_n} \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') \delta\left(t - \frac{2}{c} \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'\right) d\mathbf{r}' \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir. $\mathbf{h}_n(t)$, $\mathbf{k}_r$ yönünde S_n ile belirlenmiş NURBS yüzeyinin yüzey normali $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}')$ 'nin Radon transformudur. Radon transformu, zaman eksenini boyunca bakış açısına dik ve $2\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}' = ct$ ile tanımlanan düzlem ile NURBS yüzeyi S_n 'nin arakesiti olan eğrinin uzunluğudur ve yüzey normali $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}')$ çarpım olarak hesaba eklenir. Ve sonunda ifade,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j\omega}{2\pi c} \mathbf{E}_i(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \sum_{n=1}^N \mathcal{F} \left\{ \sum_{k=1}^K \frac{1}{\|\hat{\mathbf{n}}_k(t) \cdot \hat{\mathbf{m}}\|} \hat{\mathbf{n}}_k(t) d_k(t) \right\} \quad (8)$$

haline dönüştür [6]. Bu ifadede, r_k arakesit doğrusu üzerindeki noktalar iken, $\hat{\mathbf{r}} = (r_2 - r_1)/|r_2 - r_1|$ ve $\hat{\mathbf{m}} = \hat{\mathbf{k}}_r \times \hat{\mathbf{r}}$ seçimiyle elde edilen yeni kartezyen koordinat sisteminde, kesit eğrisi üzerindeki iki nokta arası uzaklığın $\hat{\mathbf{r}}$ eksenine üzerine izdüşümü uzunluğu d_k , $d_k = (r_{k+1} - r_k) \cdot \hat{\mathbf{r}}$ şeklindedir.

4. Uygulamalar

Bu bölümde, analitik sonuçlar ile çıkartılan formülasyonun doğruluğu ve tutarlılığı karşılaştırılmaktadır. Cisimlerin RKA değerleri $\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 |E_z|^2 / |E_i|^2$ formülü ile hesaplanarak sonuçlar grafiklerle gösterilmektedir. Öncelikle, saçılan elektrik alan zaman uzayında,

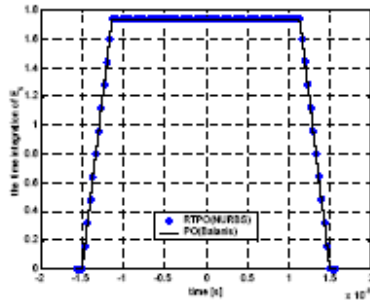
$$r\partial_t^{-1}E_z(r, t-r/c) = \frac{1}{2\pi c} \hat{\mathbf{k}}_z \times \hat{\mathbf{k}}_z \times \left(\hat{\mathbf{k}}_z \times \hat{\mathbf{p}}_i \right) \times \sum_{n=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^K \frac{1}{\|\hat{\mathbf{n}}_k(t) \cdot \hat{\mathbf{m}}\|} \hat{\mathbf{n}}_k(t) d_k(t) \right\} \quad (9)$$

şeklinde ifade edilerek, analitik sonuç ile Radon dönüşümü yorumu karşılaştırılmıştır. Analitik sonuçlar, dikdörtgen plaka için Balanis [7] esas alınarak çıkartılmış ve en genel halde, zaman uzayında iki dikdörtgen darbenin konvolüsyonu olduğu görülmüştür. Zaman uzayı cevabı olarak da adlandırabileceğimiz bu sonuçlar Şekil 1’de yer almaktadır.

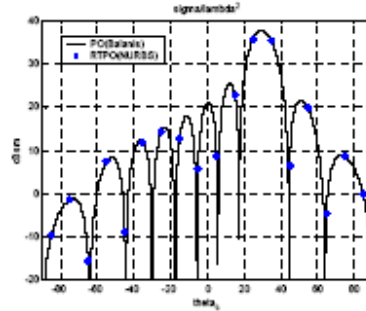
Ayrıca, analitik ve nümerik yöntemlerle bulunan RKA değerleri küre ve kare plaka gibi kanonik yapılar için karşılaştırılmıştır. Örneğin, kenar uzunluğu a olan bir plakamın FO yöntemiyle hesaplanan bistatik RKA değeri [7]’de verilmiştir. Kenar uzunluğu $a = 5\lambda$ olan x_y düzlemindeki bir kare plaka $\hat{\mathbf{k}}_i = \sin(150^\circ)\hat{\mathbf{y}} + \cos(150^\circ)\hat{\mathbf{z}}$ yönünde ilerleyen bir düzlemsel dalga ile aydınlatıldığında bistatik RKA değerleri hesaplanmış ve sonuçlar Şekil 2’de gösterilmiştir. Nümerik hesaplama için kare plaka bir NURBS yüzeyi ile modellenmiş, Radon dönüşümü (RT) yöntemleri ile nümerik sonuçlar elde edilmiştir.

5. Sonuçlar

Bu çalışmada kaynak ve gözlem noktasının uzak alanda olduğu durumda FO integralinin analitik tam çözümü için yeni bir yöntem sunulmuştur. Frekans uzayında alınması gereken yüzey integrali zaman uzayına geçirilerek Radon transformu olarak yorumlanmış ve sonuçlar NURBS yüzeyi için kapalı formda bulunabilmiştir.



Şekil 1. S_0 NURBS yüzeyinin bir k_r yönündeki zaman uzayı cevabı.



Şekil 2. $5\lambda \times 5\lambda$ boyutunda plakamın bistatik RKA değeri.

Kaynaklar

- [1] W.B. Gordon, "Far-field approximations to the Kirchhoff-Helmholtz representation of scattered fields", IEEE Trans. Antennas and Propagation, 23, s.590-592, 1975
- [2] D. Bölükbaş ve A.A. Ergin, "A Radon Transformation Interpretation of the Physical Optics Integral", Microwave and Optical Technology Letters, 44, s.284-288, 2005
- [3] L. Piegl, "On NURBS: A Survey", IEEE Computer Graphics and Applications, 11(1), s.55-71, 1991
- [4] J. Pérez ve M.F. Cátedra, "Application of physical optics to the RCS computation of bodies modeled with NURBS surfaces", IEEE Trans. Antennas and Propagation, 42, s.1404-1411, 1994
- [5] E.Y. Sun ve W.V.T. "Rusch, Time-domain physical-optics", IEEE Trans. Antennas and Propagation, 42, s. 9-15, 1994
- [6] W. Kaplan, Advanced Calculus, 5th ed., Addison-Wesley, Boston, 2003
- [7] C. A. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley and Sons, 1989