ARTIKLI OLMAYAN DOĞRUSAL DÜZENSİZ DİZİLERDE DİZİ ARADEĞERLENDİRME İLE GELİŞ AÇISI TAHMİNİNİ GELİŞTİRME

Temel Kaya Yasar, T. Engin Tuncer
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü., Ankara
e112474@metu.edu.tr, etuncer@metu.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada başlangıçta yaklaşık bir geliş açısı tahmini (DOA) verildiği zaman, DOA'daki iyileştirmeler değerlendirilmiştir. Artıklı olmayan düzensiz doğrusal diziler (NLA) için kovaryans matrisi tamamlamada, dizi aradeğerlendirme yeni bir yöntem olarak önerilmektedir. Gerçek alıcı sayısı sanal alıcı sayısından fazla veya eşit olduğu durumlar için dizi aradeğerlendirme yöntemi literatürde bilinen bir yöntemdir. Bu makalede aynı yöntem gerçek alıcı sayısı düzenli haline eşit veya daha az olan NLA için uygulanmaktadır. Eşleme matrisinin durum sayısını iyileştirmek ve gürültülü gözlemler için performansını artırmak için Wiener formulasyonu kullanılmıştır. Bu metod yaygın olarak kullanılan dizi aradeğerlendirme yöntemlerinin karşılaştığı kısıtlamaları aşıp, geliş açısı tespitinde aynı sayıda alıcı ile oluşturulan düzenli doğrusal diziye(ULA) göre önemli bir gelişme sağlamıştır.

1. GİRİŞ

Dizi aradeğerlendirme yöntemi gerçek dizi geometrisininden sanal dizi yapısına geçmek için çok etkili bir yöntemdir. Bu makalenin ana amacı dizi aradeğerlendirme yöntemine dayanarak tamamlanan kovaryans matris ile NLA'ların DOA tespitini geliştirmek. Bildiğimiz kadarıyla, bu çalışma kovaryans matrisinin dizi aradeğerlendirme ile NLA'lar için tamamlandığı ilk çalışmadır. Kovaryans matrisi tamamlayan yöntemler literatürde bulunmaktadır[1]. Doğrudan tamamlama yöntemlerinin[2] özellikle düşük SNR seviyeleri için sınırlı bir kullanımı vardır ve genel olarak en az artıklı (minumum redundant) diziler gibi tamamen tamamlanabilir diziler için kullanılır. Bu makalede, odaklandığımız nokta kısmen tamamlananabilir diziler ve dolayısıyla artıklı olmayan dizilerdir. Bizim durumumuzda kaynağın geliş açısı için tahmini bir başlangıç değeri kullanıp daha sonra bu değeri dizi aradeğerlendirme tekniği kullanarak iyileştirmeyi öneriyoruz.

2. PROBLEM FORMÜLASYONU

NLA'nın M adet alıcısı yarım dalga boyu, $\lambda/2$, aralıklarla dizildiği varsayılmıştır. Herbir alıcının pozisyonu d_i, i=1,...,M Bunun da ötesinde alıcı aralarındaki mesafelerde eksikler olması sebebi ile eksik kovaryans ötelemeleri bulunmaktadır. Kaynak işaretlerinin, $s_k(t)$, Gauss dağılıma sahip olduğu ve birbirleri ile korelasyonlarının bulunmadığı varsayılmaktadır. Kaynakların geliş açıları $\theta=[\theta_1,..., \theta_n]$ şeklinde ifade edilmiştir. θ_k k'ıncı kaynağın geliş açısını göstermektedir. Böylelikle alınan darbantlı işaret aşağıdaki gibi örneklenebilir,

$$y(t) = \overline{A}(\theta)s(t) + v(t) \tag{1}$$

Burada $\bar{\mathbf{A}}(\theta)=[a(\theta_1),..., a(\theta_m)]$ NLA alıcı düzeneği için yönlendirme matrisi, $s(t)=[s_1(t),...s_n(t)]^T$sıfır ortalamaya sahip kaynak vektörü ve v(t) ise korelasyon matrisi $R_v=\sigma^2_v I$ şeklinde olan Gauss gürültü. Örneklenerek alınmış kovaryans matrisi aşağıdaki gibidir

$$\hat{R} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} y(t)y^H(t) \tag{2}$$

Problem, N adet örnekleme yapıldığı zaman θ'yı tahmin etmektir. Ana odak noktamız NLA'larda DOA doğruluğunu artırmaktır. Dizimiz boşluklu bir dizi olduğundan kovaryans matrisinideki eksik olan öteleme değerlerini bulup, M_a elemana sahip ULA'nın M_axM_a boyutundaki kovaryans matrisine ulaşmalıyız..

3. DİZİ ARADEĞERLENDİRMESİ

Dizi aradeğerlendirmesinde gerçek diziden sanal diziye geçiş sağlamak için **T** eşleme matrisi kullanılacaktır. Daha doğru bir eşleme yapabilmek için genel olarak gerçek sensor sayısı, sanal sensor sayısından daha fazla seçilir.

Bununda ötesinde eşleme ancak kaynakların bulunduğu belirli bir açısal bölgede gerçekleşebilmektedir. Diyelim $\mathbf{A}_s(\theta)$ ve $\bar{\mathbf{A}}_s(\theta)$ sırasıyla ULA ve NLA'nın manifold matrisleri olsun. M_axM boyutundaki eşleme matrisi aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır,

$$\mathrm{T} = \mathrm{A}_s(\theta)\overline{\mathrm{A}}_s(\theta)^{\dagger} = \mathrm{A}_s(\theta)\overline{\mathrm{A}}_s^H(\theta)(\overline{\mathrm{A}}_s(\theta)\overline{\mathrm{A}}_s^H(\theta))^{-1} \qquad (3)$$

Burada $\bar{\mathbf{A}}_s(\theta)^{\dagger}$ Moore-Penrose yalancı terstir. $\mathbf{A}_s(\theta)$ ve $\bar{\mathbf{A}}_s(\theta)^{\dagger}$ açısal bölgeyi (θ_b,θ_e), $\Delta\theta$ aralıklara bölerek elde edilir. Her θ_i için bir kaynak olduğu varsayılır, $\theta_i=i\Delta\theta$, $i=1,...,(\theta_e-\theta_b)/\Delta\theta+1$.**T** en küçük kareler çözümü olduğu için , $\theta_e-\theta_b$ arttıkça, eşleme başarısı düşmektedir. Fakat bizim daha önceden kaynakların bulunduğu yerler ile ilgili hiç bir bilgimiz bulunmamaktadır ve bu yüzden $\theta_e-\theta_b$ olabildiğince geniş bir alanı içermelidir ki, kaynakları içinde barındırabilsin. Bu çelişkili durum dizi aradeğerlendirmesindeki sınırlamalardan bir tanesidir. **T** matrisini bulmadaki diğer bir problem ise $\bar{\mathbf{A}}_s(\theta)\bar{\mathbf{A}}_s(\theta)^H$'in durum sayısıdır. Bu matrix bazı açı bölgeleri için kötü-duruma sahip olabilir [3]. Bu gibi durumlarda, [3]'deki gibi yaklaşık bir çözüm aranır. Takip eden bölümde bu problemin çözümü için Wiener formülasyonunu sunuyoruz. NLA'nın $y=\bar{\mathbf{A}}(\theta)s+v$ bilgisi verildiği zaman ULA'nın $\hat{y}=\mathbf{A}(\theta)s$ bilgisine ulaşmamız gerekir. Eğer hatayı $e=\hat{y}-Ty$ şeklinde tanımlarsak, **T** için MSE optimum çözüm aşağıdaki gibi olur,

$$\mathrm{T} = A_s(\theta)R\overline{A}_s^H(\theta)\left[\overline{A}_s(\theta)R_s\overline{A}_s^H(\theta)+R_v\right]^{-1} \qquad (4)$$

İşaretin ve gürültünün korelasyon matrisleri sırasıyla $R_s=\sigma^2_s I$ ve $R_v=\sigma^2_v I$ şeklinde olduğu varsayılır ve böylece **T** matrisi aşağıdaki formda oluşturulabilir.

$$\mathrm{T} = \sigma_s^2 A_s(\theta)\overline{A}_s^H(\theta)\left[\sigma_s^2\overline{A}_s(\theta)\overline{A}_s^H(\theta)+\sigma_v^2\mathrm{I}\right]^{-1} \qquad (5)$$

(3) ve (5) 'deki eşleme matrislerinin formülasyonuna bakarsak benzerlikler ve farklılar aşirak olacaktır. (5) deki Wiener formülasyonu düşük SNR seviyelerinde (3)'dekinden daha yüksek bir başarı sergileyecektir. Ayrıca (5)'deki $\sigma^2_v I$ terimi matris durum sayısını iyileştirip, matrisinin tersinin olmasını sağlar ve düşük SNR seviyelerinde tanımlı olmasını sağlar.

4. KOVARYANS MATRİSİ DOLDURMASI VE DOA TAHMİNİ

Bir önceki bölümde dizi interpolasyonunu tanımlayıp, **T** matrisi için Wiener formülasyonunu sunduk. Kaynakların geliş açıları için başlangıç tahmini geliş açılarının elimizde bulunduğunu kabul edelim, $\theta=[\theta_1,..., \theta_n]$. **T** matrisinin oluşturulmasında dar açısal bölgeler kullanılır. Her bir θ_i için $[\theta_i-\theta_\varepsilon,\theta_i+\theta_\varepsilon]$ genişliğinde bir açı bölgesi kullanılır. Bu bölgeler $2\theta_\varepsilon/(M_a/M)$ parçaya bölünür. $\mathbf{A}_s(\theta)$ ve $\bar{\mathbf{A}}_s(\theta)$'nın yapılandırılmasında kullanılan bu yöntem ile tam satır matris kertesi elde edip, yalancı tersinin tanımlı olmasını sağlamış oluyoruz. **T** matrisi oluşturulduğu zaman M_axM_a boyutudaki R_a matrisi MxM boyutundaki örnek kovaryans matrisinden şu şekilde elde edilir,

$$R_a = \mathrm{T}\hat{R}\mathrm{T}^H \qquad (6)$$

En son aşama olarak, Toeplitz matriz üretmek için köşegen elemanların ortalaması [4] yöntemini kullanıyoruz. İyileştirilmiş DOA bulmak için yapılan işlemlerin özeti aşağıda sunulmuştur.

1)- y(t) verildiği zaman DAA ile doldurulmuş bir kovaryans matrisi oluştur. Tekrarlanan bilgilerin ortalaması yöntemi ile Toeplitz matrisini oluştur. Eğer bilinmeyen öteleme değerleri var ise spline gibi fonksiyonlar kullanarak bu boşluklar doldurulabilir.

2)- Birinci adımda bulunan kovaryans matrisini kullanarak ve kaynak sayısının bilindiği varsayımı ile başlangıç DOA tahminleri bulunuer. Simülasyonlarımız için bu işlem sırasında Root-MUSIC algoritmasını kullandık.

3)- İkinci adımda bulunan tahmini θ değerleri ile, (5)'deki formülasyon ile **T** matrisini bölüm III ve IV'deki gibi oluştur.

4)- (6) ile R_a bulunur ve iyileştirilmiş DOA'lar için Root-MUSIC algoritması tekrardan uygulanır.

5. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Boşluklu dizilerde DOA iyileştirme için önerilen yöntem, altı elemanlı artıklı olmayan kısmen tamamlanabilir NLA için uygulanmıştır. Bu dizinin alıcı pozisyonları d_6=[0, 1, 4, 10, 12, 17] şeklindedir. Bu NLA için iki adet eksik öteleme değeri vardır. Bu NLA altılık ve onsekizlik ULA'lar ile kıyaslanacaktır. Bunlara ek olarak [5] de çıkarılan CRB'yi sözü geçen ULA'lar için uygulayıp, teorik limitler ile de kıyaslama yapacağız. Önerilen algoritma CA-AI şeklinde isimlendirilmiştir. Altılık ve onsekizlik ULA'lar ise sırasıyla FA-6 ve FA-18 olarak isimlendirilmiştir. CRB'ler ise CRB-8 ve CRB-18 olarak ilgili ULA'ların teorik limitlerini göstermektedir. θ_ε=2°olarak seçilmiştir. İşaret kaynakları eşit güçte ve aralarında korelasyon olmamak üzere üretilmiştir. Sözü geçen işaretler Gauss uygulamadır ve alıcılar üzerindeki gürültü eşit ve beyaz olarak varsayılmıştır. Her deney 1000 adet denemenin ortalaması olarak alınmıştır. Alıcıların örnek uzunluğu 1000 adet olarak ayarlanmıştır.

Şekil 1'de dört kaynak durumu incelenmiştir. Soldaki grafikte üç adet kaynak 55, 61 ve 67 derecelerde sabit tutulurken dördüncü kaynak 30 dereceden 150 dereceye taranmaktadır. SNR seviyesi 20 dB olarak seçilmiştir. Önerilen algoritmanın performansı. Sağdaki grafikte ise dört kaynak 55, 60, 65 ve 120 derecede sabit tutulmuş ve SNR seviyesine göre incelenmiştir. Sonuç olarak aynı sayıda alıcıya sahip ULA'lara göre DOA tahminindeki doğruluk önemli miktarda artmış bulunmaktadır. Ortalamadaki başarı M ila M_a sayıdaki elemanlı ULA'ların performansların arasında kalmaktadır.

6. KAYNAKÇA

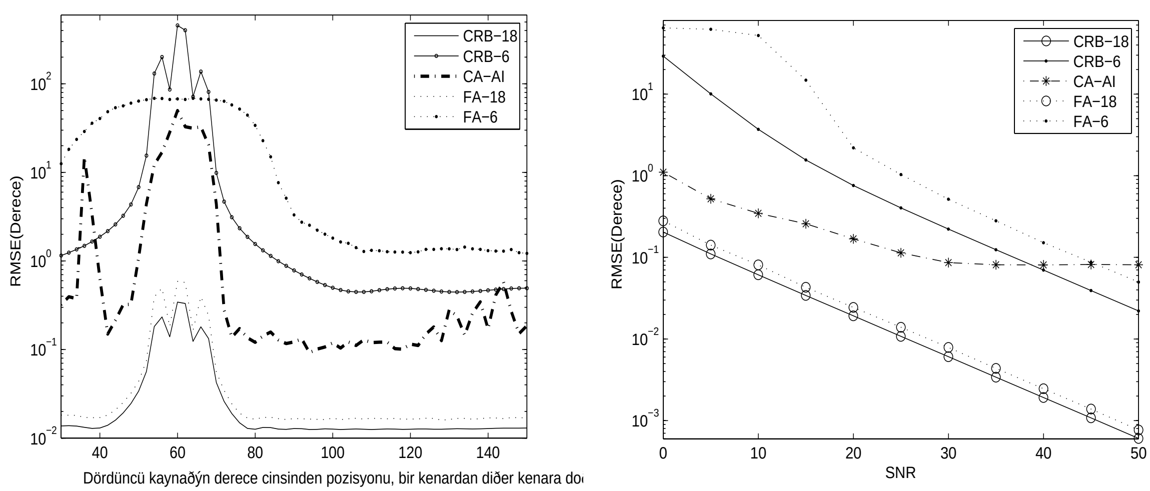
[1] Abramovich, Y.I., Spencer, N.K., Gorokhov, A.Y., .Detectionestimation of more uncorrelated Gaussian sources than sensors in nonuniform linear antenna arrays. II. Partially augmentable arrays . IEEE Trans. on Signal Proc., s:1492 - 1507, Vol. 51, No.6, Haziran 2003.

[2] Pillai, S., Haber, F., .Statistical analysis of a high resolution spatial spectrum estimator utilizing an augmented covariance matrix . IEEE Trans. on Signal Processing, s.1517 - 1523, Vol.35, No.11, Kasım 1987

[3] Friedlander, B., Weiss, A.J., .Direction finding using spatial smoothing with interpolated arrays . IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems, s.574 - 587, Vol. 28, No.2, Nisan 1992..

[4] Indukumar, K.C., Reddy, V.U., .A note on redundancy averaging . IEEE Trans. on Signal Proc., s.466 - 469, Vol.40, No.2, Şubat 1992.

[5] Stoica, P., Larsson, E.G., Gershman, A.B. .The stochastic CRB for array processing: a textbook derivation . IEEE Signal Processing Letters, s.148-150, Vol. 8, Issue 5, Mayıs 2001



Şekil 1 – Soldaki şekilde 55, 61 ve 67 derecede üç kaynak sabit, dördüncü kaynağın pozisyonu taranıyor, sağdaki şekilde 55, 60, 65 ve 120 derecede sabit duran dört kaynak için SNR'a algoritma performansları**.**