

# Büyük Silindirler Üzerinde Faz Diziliimli Baskı Dipollerin İncelenmesi: İki Benzer Yöntemin Karşılaştırması

Onur Bakır, Barış Güner ve Vakur B. Ertürk

Bilkent Üniversitesi

Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü

Bilkent, Ankara

[onurb@ee.bilkent.edu.tr](mailto:onurb@ee.bilkent.edu.tr), [guner@ee.bilkent.edu.tr](mailto:guner@ee.bilkent.edu.tr), [vakur@ee.bilkent.edu.tr](mailto:vakur@ee.bilkent.edu.tr)

**Özet:** Dielektrik kaplı büyük metal silindirler üzerinde baskı dipol anten dizilimlerinin analizi için geliştirilen etkin bir yöntemde gerekli olabilecek bir değişiklik incelenmiştir [1]. Bu yöntemde elektrik alanı hesaplamak için Green fonksiyonunun özel bir gösterimi ile SDP integrasyonu kullanılmaktadır. Bu hesaplamanın hızlı yapılabilmesi için integral konturu deforme edilmiştir. Daha sonra benzer bir problem olan dielektrik kaplı metal silindirlerde açıklık antenler için yapılan bir araştırma, konturu değiştirirken çıkabilecek bir soruna işaret etmiş ve bir çözüm önermiştir [2]. Bu çalışmada ise bahsedilen çözümde kullanılan integral konturu baskı dipol anten dizilimleri için kullanılmış, sonuçlar [1]'deki konturun sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

## 1. Dielektrik Kaplı Silindirler İçin Asimptotik Bir Teknik

Dielektrik kaplı metal silindirlerde yüzeye teğet, herhangi bir yönde bir dipolun oluşturduğu yüzey dalgalarının eigenfonksiyonu gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$\bar{E}(\phi, z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jn(\phi-\phi')} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{G} \cdot \bar{P}_e}{2\pi d} e^{-jk_z(z-z')} dk_z. \quad (1)$$

Burada  $\bar{P}_e = P_e^z \hat{z} + P_e^\phi \hat{\phi}$  dielektrik üzerindeki dipol,  $\bar{G}$  ikili Green fonksiyonu ve 'd' silindirin dielektrik materyal ile birlikte toplam yarıçapıdır. Bu seri gösterimi, yavaş yakınsadığı için Watson transformasyonu kullanarak daha hızlı yakınsayan; silindirden çevresel olarak yayılan seriler olarak yazılabilir. Bu transformasyon elektrik alanın,  $\phi$  yönünde ışınan sonsuz tane modun toplamı olduğunu göstermektedir. Elektriksel olarak büyük silindirler için, serinin başat terimi elektrik alanı yaklaşık olarak hesaplamak için yeterlidir. Sonuç olarak  $\hat{u}$  ( $=\hat{\phi}$  ya da  $\hat{z}$ ) yönünde bir kaynağın,  $\hat{l}$  ( $=\hat{\phi}$  ya da  $\hat{z}$ ) yönünde oluşturduğu alan şu şekilde hesaplanabilir [1]:

$$E_l(\phi, z) \approx \frac{1}{4\pi^2 d} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z e^{-jk_z(z-z')} \left\{ \int_{-\infty-j\epsilon}^{\infty-j\epsilon} G_{lu}(k_z, \nu) P_e^u e^{-j\nu(\phi-\phi')} d\nu \right\}. \quad (2)$$

İlk denkleme göre daha hızlı yakınsayan bu gösterimi daha da hızlı hale getirmek için Green fonksiyonu en dik eğimli yolda (*steepest descent path: SDP*) hesaplanmalıdır. Bunun için ilk önce Fock tipi değişken değiştirme uygulanır:

$$\nu = k_{t0}d + m_t \tau; \quad m_t = \left( \frac{k_{t0}d}{2} \right)^{1/3}; \quad k_{t0} = \sqrt{k_0^2 - k_z^2}. \quad (3)$$

(3)'teki formüller, bazı geometrik değişken değiştirmeler ve  $k_z$  ile  $k_{t0}$ 'ın kutupsal formunun (2)'de kullanılmasıyla (detaylar [1]'de verilmiştir) aşağıdaki denklem elde edilir:

$$E_l(\alpha, s) \approx \frac{1}{4\pi^2 d} \int_{C_{SDP}} d\psi \cos \psi e^{-jk_0 s \cos(\alpha-\psi)} \int_{C_t(\psi)} G_{lu}(\psi, \tau) \cdot P_e^u e^{-jm_t(\phi-\phi')\tau} m_t d\tau. \quad (4)$$

Formüldeki s, dielektrik üzerinde kesel (*geodesic*) yolu takip eden ışının kaynaktan gözlem noktasına olan uzaklığı;  $\alpha$  ise bu ışının  $\phi$  yönündeki yüzey teğeti ile yaptığı açıdır.

## 2. İntegrallerin Nümerik Olarak Hesaplanması

$\psi$  integralinin konturu Şekil 1'deki gibidir. SDP integralinde en büyük katkı durağan nokta  $\psi_s$ 'den gelmektedir. Bu yol üzerinde integrand çok hızlı yakınsadığı için integral Gauss-Hermite integrasyonu ile nümerik olarak hesaplanırken,  $\psi_s$ 'yi orta nokta olarak seçerek, 3 nokta (nadiren 5 nokta) kullanmak yeterli olacaktır. Yaptığımız değişken değiştirme (3) sebebiyle,  $\tau$  integralinde hem integrand hem de integral konturu ( $C_\tau$ ),  $\psi$ 'a bağlıdır. Bu çalışmada kolaylık olması açısından, tekrar  $v$  değişkenine dönülecektir; çünkü  $C_v$  konturu  $\psi$  ile değişmemektedir.

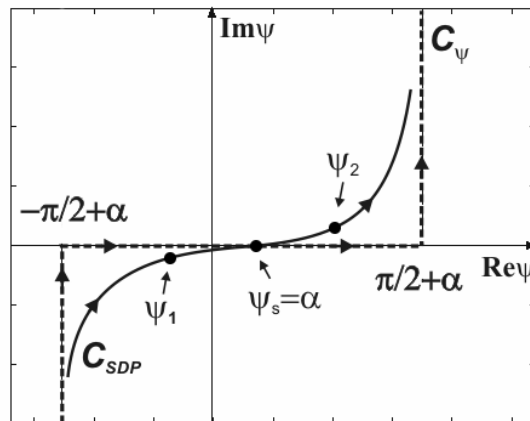
İntegral hesabını hızlandırmak için  $C_v$  ( $C_v^- + C_v^+$ ) konturunun orijinal metotta nasıl değiştirildiği Şekil 2'de  $C_I$  ( $C_I^- + C_I^+$ ) olarak gösterilmektedir.  $C_I$ ,  $C_v$  konturunun 3. çeyrek düzlemde kalan kısmının 60 derece eğilmesiyle elde edilmektedir. Bu deformasyonu yaparken integrandın kutuplarından birinin üzerinden geçilmediği farz edilmiştir. İntegrand içindeki  $e^{-j\nu(\phi-\phi')}$  ifadesi sebebiyle, kompleks düzlemin negatif imajiner kısmında integral çok daha hızlı yakınsamaktadır.

[2]'de, bu kutupların yerleri birçok farklı parametre ( $\alpha$  açısı, silindirin yarıçapı, dielektrik materyalin kalınlığı ve dielektrik katsayısı) için hesaplanmış; bazı durumlarda  $C_I$  konturunu kullanmanın kutuplardan bir ya da birkaçını atlamaya sebep olacağı gösterilmiştir. Örnek olarak  $0,05\lambda_0$  kalınlığında,  $\epsilon_r=2$  dielektrik katmanı olan,  $5,65\lambda_0$  yarıçaplı silindir incelenmiştir. Şekil 3'te bu geometri için,  $\psi_1$  ele alındığında, Green fonksiyonunun kutuplarının gözlem açısının değişimine bağlı olarak yer değiştirmesi görülmektedir. Bu kutuplar orijine göre simetrik çiftler halindedir. Belli bir açıdan sonra 3. çeyrek düzlemde kutup ya da kutuplar olacağı için  $C_I$  konturu yanlış sonuç verebilir. Kutupların açının artışıyla 2. çeyrek düzlemde 3.'ye (aynı zamanda 1.'deki kutupların 4.'ye) kayması,  $\psi$ , 4. çeyrek düzleme girdiği zaman olmaktadır.  $\psi$  integralinde 3 nokta aldığımız düşünülürse, sadece  $\psi_1$  için bu durum söz konusu olabilir. Durağan nokta ve  $\psi_2$  için  $C_I$  konturu doğrudur.

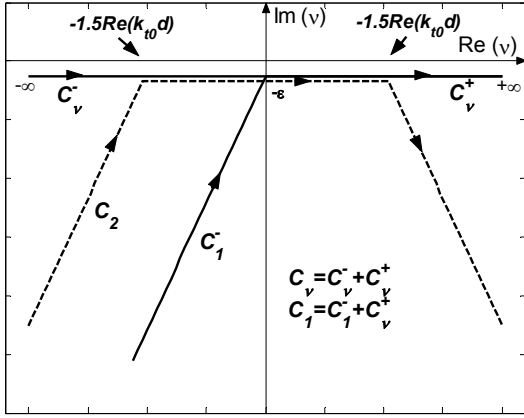
$C_I$ 'e alternatif olarak [2]'de, Şekil 2'de görülen,  $C_2$  konturu önerilmiştir. Kutuplardan dominant olanı, ele alınan durumlarda,  $-k_{10}d$ 'ye çok yakın (reel kısmı daha küçük olacak şekilde) çıktığı için kontur deformasyonunu  $-1,5\text{Re}(k_{10}d)$ 'de yapmanın daha doğru sonuç verebileceği belirtilmiştir. Ayrıca yine [2]'de konturun pozitif reel eksen tarafındaki kısmını da deforme edersek, integrandın daha hızlı yakınsayacağı ve bunun daha hızlı bir hesaplama sağlayacağı söylenmiştir. Reel kısmı pozitif olan dominant kutup  $k_{10}d$ 'ye yakındır. Bu yüzden kontur deformasyonu  $1,5\text{Re}(k_{10}d)$ 'de,  $-60^\circ$  eğim ile yapılmaktadır.

## 3. Yeni İntegral Konturunun Uygulanması ve Sonuçlar

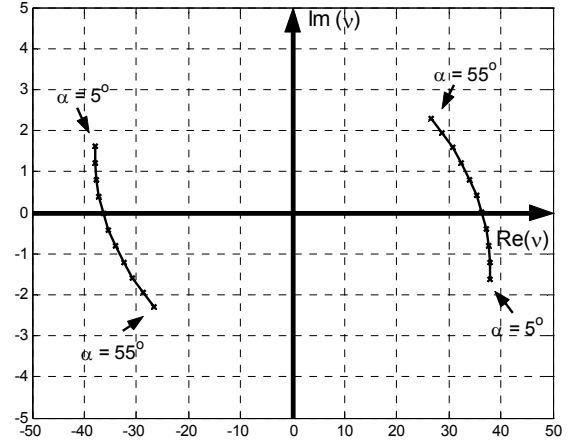
Persson'un problemindeki Green fonksiyonunun paydasındaki ifade, baskı dipol probleminde kullandığımız Green fonksiyonundaki ile aynı olduğu için,  $C_2$  konturunu kendi problemimize uyguladık. Şekil 4'te  $\alpha=20^\circ$  ve  $\alpha=40^\circ$  için iki dipol arasındaki karşılıklı bağlaşım sonuçları karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Z yönündeki dipollerde bazı açı ve aralıklarda yeni kontur seçiminin kötü sonuçlar verdiği, bazı açılarda ise daha iyi sonuçlar verebildiği görülmektedir. Faz değerleri aynı çıktığı için sadece genlik olarak sonuçlar verilmiştir.



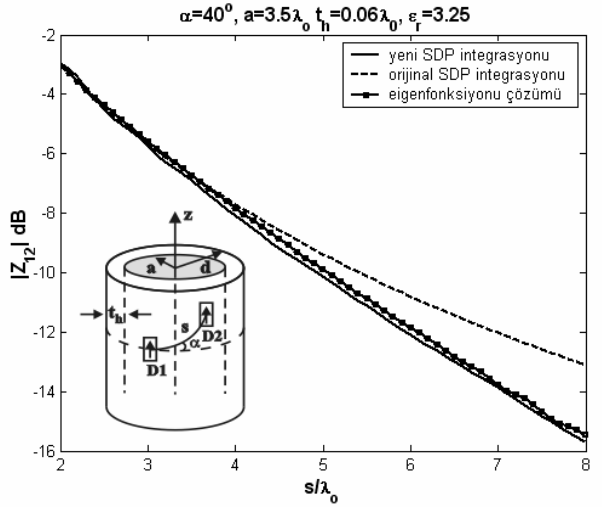
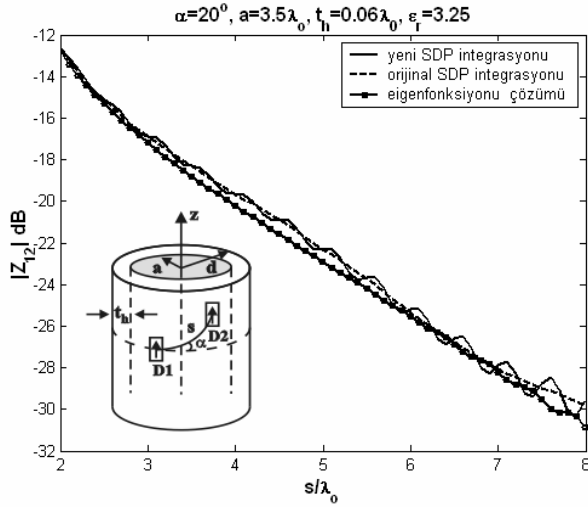
Şekil 1. SDP konturu.



Şekil 2. İntegral konturları  $C_v$ ,  $C_1$  ve  $C_2$ .



Şekil 3. Green fonksiyonunun kutupları.



Şekil 4 (a)-(b). z yönündeki iki özdeş dipol arasındaki karşılıklı bağlaşımın mutlak değeri, dB olarak verilmiştir.

$\phi$  yönündeki dipollerde yeni konturla elde edilen sonuçlar eskilerine ve referans olarak alınan eigenfonksiyonu çözümüne oldukça yakındır. Sunum sırasında  $\phi$  yönündeki dipoller ve farklı büyüklükte silindirler için de sonuçlar verilecektir.

Eski çözümün konturundaki olası soruna rağmen bu kadar iyi sonuç vermesi şu şekilde açıklanabilir: (3) numaralı denklemde dıştaki integralin hesabında en büyük payın durağan nokta  $\psi_s$ ’ den geldiğini söylemiştik. Kutup atlaması ise  $\psi$ ’ın 4. çeyrek düzlemde olduğu durumlarda olmaktadır; yani bir hata oluyorsa bunun integralin sonucuna zayıf bir katkısı vardır. Ayrıca Green fonksiyonunun nümerik olarak yaklaşık hesabında kullanılan özel fonksiyonların (Hankel fonksiyonunun Oliver ve Debye gösterimleri) seçimine bağlı olarak kutupların yerleri farklı olabilmektedir. [1]’de kullanılan gösterimler bazı yerlerde [2]’dekilerden farklıdır.

#### 4. Kaynaklar

[1]. Ertürk V. B. ve Rojas R. G., “Efficient Computation of Surface Fields Excited on a Dielectric-Coated Circular Cylinder,” IEEE Trans. Antennas and Propagat., Vol. 48, No. 10, 2003

[2]. Perrson P., Thors B. ve Rojas R. G., “An Improved Numerical Approach for Surface Field Calculations on Large Dielectric Coated Circular Cylinders,” Teknik Rapor, Trita-Tet 03-4, Division of Electromagnetic Theory Royal Institute of Tech., Stockholm, İsveç, 2003