

Sonsuz Uzun Bir Empedans Silindirinden Geriye Saçılan Alanın Yüzey Empedansına Göre Minimizasyonu

Necmi Serkan Tezel
necmi@ehb.itu.edu.tr

Selçuk Paker
spaker@ehb.itu.edu.tr

İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü 80626, Maslak, İstanbul,

Özet: Bu çalışmada, düzlemsel bir dalga ile aydınlatılmış sonsuz uzun bir empedans silindirinden dalganın geliş doğrultusundaki radar yansıtma yüzeyinin silindirin yüzey empedansına göre minimizasyonu amaçlanmıştır. Minimizasyon algoritması olarak en dik iniş (steepest descent) yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar mükemmel iletken silindirin radar yansıtma yüzeyi ile karşılaştırılmıştır.

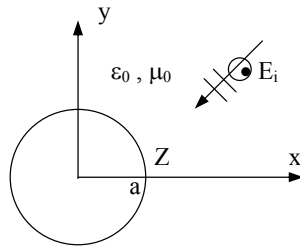
1. Giriş

Elektromagnetik teoremin temel araştırma konularından birini saçılma problemleri oluşturmaktadır. Saçılma olayı ortam parametrelerindeki değişik türden süreksizliklerin dalga yayılımına etkisi sonucu oluşur. Bu fiziksel olay günümüzde kullandığımız radar, tahribatsız muayene, uzaktan algılama gibi konuların temel prensibini oluşturur. Saçılma problemlerinin çözümünde süreksizlik yüzeyleri üzerinde geçerli olan bilinen koşullara ek olarak yaklaşık sınır koşulları adı verilen ve bir yüzey üzerinde elektrik alan ve magnetik alan vektörleri arasında yaklaşık bir ilişki sağlayan koşullar çok sık kullanılır. Örneğin, bir tabaka ile kaplanmış bir iletken cisim, cismin yüzeyi üzerinde geçerli bir sınır koşulu aracılığı ile simüle edilebilir. Cisim iletken olduğun içerisine elektromagnetik dalga giremez ve cisim yüzeyi geçirgen olmayan sınır koşulu oluşturur. Geçirgen olmayan sınır koşulları empedans türünden sınır koşulları olarak adlandırılır. Bu sınır koşulları iletken cismin kaplandığı malzemenin elektromagnetik parametrelerine göre rezistif veya kondüktif olabilir.

Gönümüzde kullanılan askeri birçok platformun düşman radarları tarafından görülmemesi için en çok başvuru olan yöntem platformun çok saçıcı olan iletken metal yüzeyinin değişik malzemelerle kaplanmasıdır. Bu durumda elektromagnetik dalgayı platform yüzeyi üzerinde empedans sınır koşulunu sağlayacak şekilde modelleyebiliriz. Bu tür yüzeylerden saçılma problemleri literatürde çok sık incelenmiştir [1,2,3,4,5]. Fakat bir minimizasyon problemi incelenmemiştir. Zaman faktörü $e^{-i\omega t}$ olarak Kabul edilmiştir ve hiç bir ifadede gözükmemektedir.

2. Problemin Tanımı ve Çözümü

Sonsuz uzun ve yarıçapı a ve kompleks yüzey empedansı Z olan bir silindir boşluktur. Bu silindir, silindir eksenini (z eksenini) boyunca polarize olmuş bir düzlemsel dalga ile uyarılmıştır. Gelen dalga x eksenine ϕ_i açısı yapmaktadır. (Şekil 1)



Şekil 1.) Problemin Geometrisi

Gelen dalganın z yönündeki elektrik alan bileşeni

$$E_z^i(\vec{r}) = e^{-ik_0\rho\cos(\phi-\phi_i)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_0\rho)e^{in(\phi-\phi_i-\pi/2)} \quad (1)$$

şeklinde bir açılımı sahiptir [5]. Sınır koşulunun z eksenini boyunca homojen olması sebebiyle saçılan alan da z yönünde polarizedir. Dolayısıyla problem skaler bir probleme dönüşür. Saçılan dalga,

$$\Delta E_z^s + k_0^2 E_z^s = 0 \quad (2)$$

şeklindeki dalga denklemini sağlayacaktır. (2) denklemi radasyon koşulu göz önüne alınarak silindirik koordinatlarda değişkenlere ayrılırsa,

$$E_z^s(\vec{r}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n H_n^{(1)}(k_0 \rho) e^{in\phi} \quad (3)$$

yazılır. Buradar a_n bilinmeyen katsayıları $H_n^{(1)}(.)$ ise n' inci mertebeden birinci çeşit Hankel fonksiyonunu göstermektedir. Gelen ve Saçılan alanlar silindir yüzeyinde

$$-E_z^i(\vec{r}) + i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial E_z^i(\vec{r})}{\partial \rho} = E_z^s(\vec{r}) - i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial E_z^s(\vec{r})}{\partial \rho} \quad (4)$$

empedans sınır koşulu sağlar [5]. (1) ve (3), (4)'de yerine konulup elde edilen denklem düzenlenirse,

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-J_n(k_0 \rho) + i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial J_n(k_0 \rho)}{\partial \rho} \right] e^{in\phi} e^{-in(\phi_i + \pi/2)} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \left[H_n^{(1)}(k_0 \rho) - i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial H_n^{(1)}(k_0 \rho)}{\partial \rho} \right] e^{in\phi} \Big|_{\rho=a} \end{aligned} \quad (5)$$

bulunur. $e^{in\phi}$ 'li terimlerin katsayıları eşitlenirse, a_n katsayıları,

$$a_n = \frac{\left. -J_n(k_0 a) + i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial J_n(k_0 \rho)}{\partial \rho} \right|_{\rho=a}}{\left. H_n^{(1)}(k_0 a) - i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial H_n^{(1)}(k_0 \rho)}{\partial \rho} \right|_{\rho=a}} e^{-in(\phi_i + \pi/2)} \quad (6)$$

olarak bulunur. Bu katsayılar (3) denkleminde yerine konulup sonsuz sayıdaki toplam yeterince büyük bir değer için kesilirse,

$$E_z^s(\vec{r}) = \sum_{n=-N}^N \frac{\left. -J_n(k_0 a) + i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial J_n(k_0 \rho)}{\partial \rho} \right|_{\rho=a}}{\left. H_n^{(1)}(k_0 a) - i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial H_n^{(1)}(k_0 \rho)}{\partial \rho} \right|_{\rho=a}} e^{-in(\phi_i + \pi/2)} H_n^{(1)}(k_0 \rho) e^{in\phi} \quad (7)$$

elde edilir. Saçılan alanın uzak alan ifadesini bulmak için Hankel fonksiyonunun

$$H_n^{(1)}(k_0 \rho) = \sqrt{\frac{2}{k_0 \pi \rho}} e^{i(k_0 \rho - n\pi/2 - \pi/4)}, \quad (k_0 \rho \rightarrow \infty) \quad (8)$$

şeklindeki asimptotik ifadesi kullanılırsa, saçılan alanın uzak alan ifadesi,

$$E_z^s(\vec{r}) \approx \sqrt{\frac{2}{k_0 \pi \rho}} e^{-i\pi/4} e^{ik_0 \rho} \sum_{n=-N}^N \frac{-J_n(k_0 a) + i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial J_n(k_0 \rho)}{\partial \rho}}{H_n^{(1)}(k_0 a) - i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial H_n^{(1)}(k_0 \rho)}{\partial \rho}} \bigg|_{\rho=a}^{\rho=\rho} e^{in(\phi - \phi_1 - \pi)} \quad (9)$$

şeklinde olur. Silindirik dalgalar için radar yansıtma yüzeyi ise

$$\sigma = \lim_{\rho \rightarrow \infty} 2\pi \rho \frac{|E_z^s|^2}{|E_z^i|^2} \quad (10)$$

olarak tanımlanır. (9) ve (1) ifadesini (10)'da yerine koyup $\phi = \phi_1$ alınarak monostatik radar yansıtma yüzeyi,

$$\sigma_m(\phi_1) = \frac{4}{k_0} \left| \sum_{n=-N}^N \frac{-J_n(k_0 a) + i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial J_n(k_0 \rho)}{\partial \rho}}{H_n^{(1)}(k_0 a) - i \frac{Z}{k_0 \eta} \frac{\partial H_n^{(1)}(k_0 \rho)}{\partial \rho}} \bigg|_{\rho=a}^{\rho=\rho} e^{-in\pi} \right|^2 \quad (11)$$

olarak bulunur. (12) ifadesinin bir kompleks $Z=X+iY$ değeri için bir minimum değeri vardır. Bu değer çeşitli minimizasyon yöntemleriyle bulunabilir. Bu yöntemlerin en yaygını en dik iniş (steepest descent) yöntemidir. Bu yöntemde radar yansıtma yüzeyi kompleks yüzey empedansının reel (X) ve sanal (Y) değerlerinin fonksiyonu

$$\sigma = \sigma(X, Y) \quad (12)$$

gibi düşünülür. Maksimum azalma yönü gradyan vektörünün zıt yönü olduğundan n'inci adımda $Z_n = [X_n \ Y_n]$ iki boyutlu vector gibi düşünülüp her bir adımda gradyan vektörünün zıt doğrultusuna,

$$Z_{n+1} = Z_n - \eta \nabla \sigma \quad (13)$$

şeklinde X ve Y değerleri değiştirilerek minimizasyon yapılır. Burada η adım mesafesidir.

3. Sayısal Uygulama ve Sonuçlar

Yarıçapı $a=2\lambda$ olan sonsuz uzun silindirden $f=1$ GHz frekansında geri saçılan alanı minimize eden yüzey empedans değeri en dik iniş yöntemiyle hesaplanmaya çalışılmıştır. Elde edilen minimum radar yansıtma yüzeyi silindir yüzeyinin mükemmel iletken olması durumundakiyle karşılaştırılmıştır. Sonuçlar aşağıdaki gibidir.

$Z=0$ için $\sigma=1,89$

En dik iniş yöntemi uygulandıktan sonra bulunan değerler;

$Z=70+i28$ için $\sigma=0,28$

Kaynaklar

- [1] K.K. Mei, J.G. Van Bladel, "Scattering by perfectly conducting rectangular cylinders", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-11 1963, 185-192.
- [2] W.D. Burnside, C.L. Yu, R.J. Marhefka, "A technique to combine the geometrical theory of diffraction and the moment method", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP 23 1975, 551-558.
- [3] E. Topsakal, A. Büyükaksoy, M. İdemen. "Scattering of electromagnetic waves by a rectangular impedance cylinder", *Wave Motion*, 2000, 273-296
- [4] L. Tsang, J.A. Kong, K.H. Ding, "Scattering of Electromagnetic Waves", *John Wiley & Sons Inc.*, pp. 32-41, 2000.
- [5] A. Yapar, "Homojen Olmayan Empedans Yüzeylerine İlişkin Düz ve Ters Saçılma Problemleri ", *PhD Thesis*, Istanbul Technical University, 2001.