

Kısmi Dolu Kübik bir Rezonatörün Zaman Uzayı Sonlu Farklar Yöntemi ile Rezonans Frekanslarının Hesabı

Osman Said Bişkin, Sumeyye Taşkan, Serkan Aksoy
Gebze Teknik Üniversitesi
Elektronik Mühendisliği Bölümü
Kocaeli

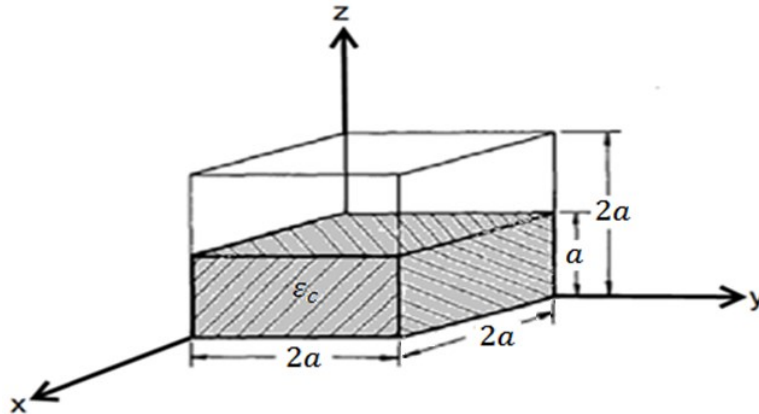
obiskin@gtu.edu.tr, staskan@gtu.edu.tr, saksoy@gtu.edu.tr

Özet: Bu çalışmada kısmi dielektrik malzemeyle doldurulmuş kübik bir rezonatörün Zaman Uzayı Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi ile rezonans frekansları hesaplanmıştır. Noktasal Gaussian darbe türü geçirgen olmayan bir kaynak kullanılarak rezonatör alan dağılımları ve zaman uzayı davranışları incelenmiştir. Hesaplanan zaman uzayı işaretleri Hızlı Fourier Dönüşümü (HFD) ile frekans uzayına taşınarak elde edilen rezonans frekansları analitik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Dielektrik arayüzünde gözlenen alan süreksizliği ortalama tekniği ve hassas ızgaralama uygulanarak iyileştirilip, rezonans frekansı hesap hataları azaltılmıştır.

Abstract: In this study, resonance frequencies of a cubic resonator filled with a partial dielectric material are calculated using Finite Difference Time Domain (FDTD) method. The resonator's field distributions and time domain behaviors are investigated using a point Gaussian pulse type hard source. The resonance frequencies obtained by transforming the calculated time domain signals to the frequency domain with Fast Fourier Transform (FFT) are compared with the analytical results. The resonance frequency calculation errors are reduced by applying an averaging technique and a high-resolution gridding for the field discontinuity observed at a dielectric interface.

1. Giriş

Dielektrik malzemeler ile kısmen doldurulmuş rezonatörler osilatör, filtre, rezonatör anten vb. alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Özellikle geniş bantlı uygulamalarda davranışlarının araştırılması önemlidir [1]-[7]. Bu araştırmalardaki temel hedef rezonans frekanslarının hesaplanmasıdır. Bu amaç için analitik çözümlerin yanı sıra, nümerik yöntemlerin uygulanabilirliğinin gösterilmesi karmaşık problemlerin incelenmesi bakımından kritiktir. Bu çalışmada Şekil 1'de gösterilen mükemmel iletken duvarlara sahip kübik bir rezonatörün kısmen basit dielektrik malzeme ile doldurulması durumunda rezonans frekanslarının hesaplanması problemi hızlı ve yeterli doğrulukta sonuçlar vermesi nedeni ile ZUSF yöntemi ile incelenmiştir. Rezonatör her boyutta $2a$ uzunluğuna sahip olup, $0 \leq z \leq a$ bölgesi dielektrik (ϵ_c, μ_c) malzemeyle, $a \leq z \leq 2a$ bölgesi ise hava (ϵ_0, μ_0) ile dolu kabul edilmiştir. Özel olarak dielektrik arayüzünde gözlenen alan süreksizliğinin iyileştirilmesi için uygulanan ortalama tekniğinin sonuçlar üzerindeki etkisi, hassas ızgaralama kapsamında araştırılmıştır.



Şekil 1: Kısmi dolu kübik rezonatör.

2. Analitik Çözüm

Kısmi dielektrik malzeme ile dolu kübik bir rezonatörün rezonans frekansları transandantal yapıdaki dispersiyon denklemi

$$-\varepsilon_c k_{z0} \tan(k_{z0}(2a - z)) = \varepsilon_0 k_{zc} \tan(k_{zc}z) \quad (1)$$

olmak üzere, çözülmesi ile bulunabilir. Bu denklemde boş ve dolu bölgeler kapsamında verilen k_{z0} ve k_{zc} terimleri $k_c^2 = \omega^2/c_c^2$ ve $k_0^2 = \omega^2/c_0^2$ ile ilişkilendirilerek, kök bulma algoritmalarıyla rezonans frekansları bulunur [1]-[3].

3. Sayısal Çözüm

ZUSF yöntemi Maxwell denklemlerindeki türevlerin merkezi farkları ile hesabına dayanır. Böylece elde edilen güncelleme denklemleri üniform konum ($\Delta x = \Delta y = \Delta z$) ve zaman (Δt) adımları kullanılarak zamanda iteratif olarak çözülür [8]. ZUSF yöntemi ikinci mertebeden doğruluğa sahip olup ve Courant-Friedrich-Levy (CFL) kriteri kapsamında kararlıdır. Örneğin E_z bileşeni için ZUSF güncelleme denklemi

$$E_z|_{i,j,k}^{n+1} = E_z|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left(\frac{H_y|_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} - H_y|_{i-1/2,j,k}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_x|_{i,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y} \right) \quad (2)$$

olarak verilir. Burada i, j, k ve n sırası ile ZUSF konum ve zaman indislerini gösterir.

4. Sayısal Sonuçlar

İncelenen rezonatör boyutları $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ olacak şekilde Kartezyen koordinatlarda ızgaralanmış olup, bağıl dielektrik katsayısı $\varepsilon_c = 9$ olan bir malzemeye yarısına kadar doldurulmuştur. ZUSF konum adımları $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$, $\lambda/10 \text{ m}$ ve $\lambda/20 \text{ m}$ alınmıştır (λ dalga boyu). Δt değerleri CFL kararlılık kriteri üzerinden sağlanmıştır. Rezonatörün uyarılması için noktasal Gaussian darbe türü geçirgen olmayan kaynak, başlangıç koşulu olarak

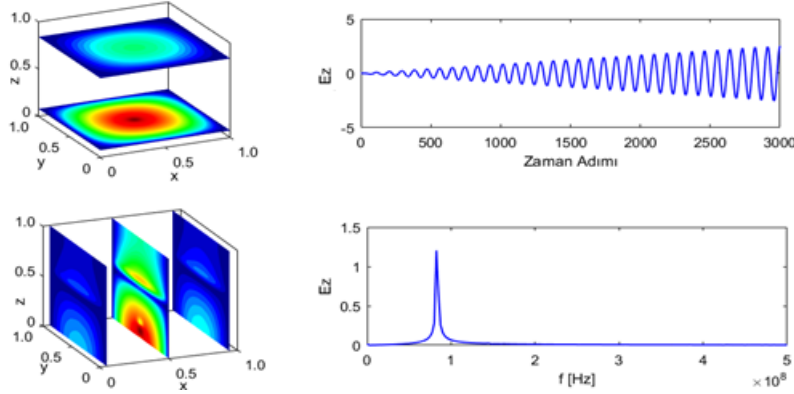
$$E_z|_{x_k,y_k,z_k}^{n+1} = \frac{e^{-(n\Delta t)^2/2\tau^2}}{\sqrt{2\pi}\tau} \quad (3)$$

şeklinde uygulanmıştır. Burada x_k, y_k, z_k parametreleri kaynak konumunu göstermek üzere, $\tau = 9.298 \times 10^{-9}$ sn alınmıştır. Ortalama tekniği dolu ve boş dielektrik katsayı değerlerinin arayüz boyunca $\varepsilon_{arayüz} = (\varepsilon_c + \varepsilon_0)/2$ şeklinde uygulanmasına dayanır [4]. Tablo 1’de, analitik ve ZUSF yöntemi ile hesaplanan rezonans frekansı değerleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 1: Analitik ve ZUSF rezonans frekansı sonuçlarının karşılaştırılması ($\times 10^8$ Hz).

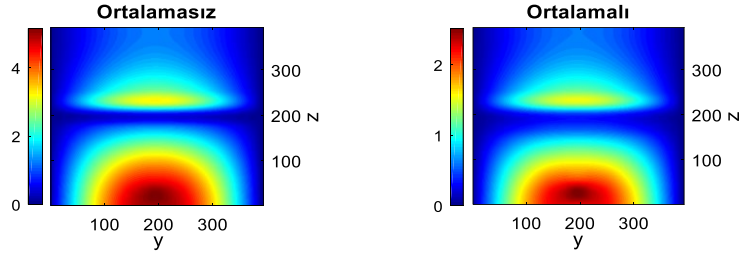
Mod	Analitik	ZUSF / Hata (%) - $\Delta = \lambda/10 \text{ m}$		ZUSF / Hata (%) - $\Delta = \lambda/20 \text{ m}$	
		Ortalamasız	Ortalamalı	Ortalamasız	Ortalamalı
TM _{11p}	0.8503	0.8393 / 1.2966	0.8476 / 0.3145	0.8435 / 0.8055	0.8490 / 0.1508
TM _{12p/21p}	1.2173	1.2067 / 0.8661	1.2123 / 0.4088	1.2109 / 0.5231	1.2165 / 0.0658
TM _{22p}	1.4947	1.4837 / 0.7335	1.4893 / 0.3610	1.4893 / 0.3610	1.4921 / 0.1748
TM _{13p/31p}	1.6537	1.6396 / 0.8520	1.6438 / 0.5995	1.6480 / 0.3470	1.6507 / 0.1787
TM _{33p}	2.1760	2.1602 / 0.7264	2.1629 / 0.5985	2.1713 / 0.2147	2.1713 / 0.2147

Tablo 1’e göre tüm modlar için ortalama tekniği ve hassas ızgaralama, hataları azaltmıştır. Bu kapsamda hesapların doğruluğunu kontrol etmek için rezonatör tek bir modda (TM_{11p}) uyarılarak, farklı kesitlerde E_z mod alan dağılımı, zaman ve frekans uzayı sonuçları Şekil 2’de gösterilmiştir. Bu modun uyarılması için monokromatik kaynak türü $x - y$ düzleminin ortasına konulmakla beraber, [5], p mod numarası belirsizliğinden [6] dolayı z boyunca en iyi kaynak yeri simülasyon sonuçları incelenerek belirlenmiştir. Gözlem noktası $(a, a, a/2)$ ’de seçilmiş olup, zaman ve frekans uzayı grafiklerinden rezonans davranışı açık olarak görülmektedir.



Şekil 2: İki farklı kesitte TM_{11p} için alan dağılımı ve $(a, a, a/2)$ noktasında zaman ve frekans uzayı işaretleri.

Şekil 2’de gösterilen dielektrik arayüzünde gözlenen süreksizlik rezonatörün kısmi dolu olmasından kaynaklanmaktadır. Şekil 3’teki karşılaştırmadan ortalama tekniğinin bu süreksizlik üzerindeki iyileştirme etkisi, alanların daha belirgin hale gelmesi ve arayüz geçişinin daha yumuşak olması ile anlaşılmaktadır.



Şekil 3: Ortalamasız ve ortalama TM_{11p} modu E_z alan dağılımları ($x = a/2$ ve $y - z$ düzlemi).

5. Sonuç

Kısmi dielektrik malzeme ile doldurulmuş kübik bir rezonatörde darbe türü bir kaynak ile uyarılan TM modları için rezonans frekansları ZUSF yöntemi ile hesaplanarak, analitik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Dielektrik arayüzdeki gözlenen süreksizlik ortalama tekniği ve hassas ızgaralama kullanılarak iyileştirilmiştir. Bu teknik rezonans frekansı hesabında incelenen tüm modlar için hatayı azaltmıştır. Gelecekte, bu problemin pürüzlü dielektrik arayüzler için farklı ortalama teknikleri kullanılarak incelenmesi planlanmaktadır.

Kaynaklar

- [1]. Li H., Hussain I., Wang Y., Cao Q., “Smart-mesh strategy in DGTD method for partially filled cavity with uncertain interface parameters”, Radioengineering, cilt.29(1), s.101-108, 2020.
- [2]. Bişkin O. S., Taşkan S., Partially Filled Rectangular Cavity Resonator with FDTD Method, Lisans Tezi, Gebze Teknik Üniversitesi, Türkiye, 2019.
- [3]. Ertay A. O., Köseoğlu E., Şimşek S. Demiralay B., “On the study of comparative analysis of dielectric loaded effects for rectangular cavity resonators”, 4. International Electromagnetic Compatibility Conference (EMC Türkiye), s.1-6, Ankara, 2017.
- [4]. Zhao H., Turner I. W., “An analysis of the finite difference time domain method for modelling the microwave heating of dielectric materials within a three-dimensional cavity system”, Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy, cilt.31(4), s.199-214, 1996.
- [5]. Başaran E., Aksoy S., Ergin A. A., “The investigation of source location effect for resonant modes of a cubic cavity”, 3. International Conference on Mathematical & Computational Applications, s.41-47, Selçuk Üniversitesi, Konya, Türkiye, 4-6 Eylül 2002.
- [6]. Zhi-Yuan S., “An analysis of the loading effects of the box type microwave applicator”, Journal of Microwave Power, cilt.15, no.3, s.155-167, 1980.
- [7]. Odabası H., Başaran E., Aksoy S., Tayyar İ. H., “The numerical time domain analysis of partially filled rectangular cavity with a dielectric material”, 4. International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECEO 2005), Bursa, Türkiye, s.219–221, 7-11 Aralık 2005.
- [8]. Aksoy S., [Zaman Uzayı Sonlu Farklar \(FDTD\) Yöntemi](#), Web Kitabı, Gebze Teknik Üniversitesi, 2021.