

Düşük-Frekans Bozulmalarına Dayanıklı Potansiyel Denklemlerinin Momentler Metoduyla Analizi

Uğur Meriç Gür, Özgür Ergül
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü
Ankara
mgur@metu.edu.tr, ozgur.ergul@eee.metu.edu.tr

Özet: Elektromanyetizma problemlerinin çözümlerinde, klasik elektrik alan – manyetik alan (E-H) denklemlerinin düşük frekanslarda bozunuma uğradığı bilinmektedir. Bu sorun, bu denklemlerin sadece düşük frekanslarda değil, aynı zamanda çok ölçekli problemlerde kullanılmasını da engellemektedir. Bu çalışmada, düşük frekanslarda bozunuma uğrayan E-H denklemlerine alternatif olarak sunulan vektör-skaler potansiyel (A-φ) denklemlerinin momentler metodu tabanlı çözümleri gerçekleştirilmiş ve bu denklemler kanonik geometrilere sahip mükemmel iletkenler için elektrik-alan integral denklemiyle karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalarda, potansiyel denklemlerinin düşük frekanslardaki istikrarı görülmüş ve bu denklemlerin çok ölçekli problemlerde kullanılabileceği gösterilmiştir.

Abstract: For the solution of electromagnetic problems, classical E-H formulations are known to suffer from low frequency breakdowns. These breakdown issues prevent the usage of the E-H formulations not only for low-frequency problems but also for multiscale problems. In this paper, vector-scalar potential formulations, which are proposed for their stable low frequency responses, are solved via the method of moments. Simulation results are compared to those obtained with the traditional electric-field integral equation. The stability of the potential formulations at low frequencies, as well as the feasibility of their usage for multiscale problems are demonstrated. In those comparisons, the stability of the potential formulations is seen and it is shown that the formulations are good candidates for the solutions of multi-scale problems too.

1. Giriş

Çok ölçekli problemler günden güne bilişimsel elektromanyetik alanında çalışan araştırmacıların daha fazla ilgisini çekmektedir. Bu problemlerde elektriksel olarak büyük geometriler, içlerinde elektriksel olarak küçük ayrıntılar barındırmaktadır. Bu doğrultuda, küçük ayrıntıları yüksek doğrulukta modelleyebilmek için kullanılan denklemlerin düşük frekanslara dayanıklı olması gerekmektedir. Klasik elektrik-alan ve manyetik-alan denklemlerinin bu yeteneği olmadığı iyi bilinmektedir [1]. Örneğin, elektrik-alan integral denklemi (EAİD), klasik ayrıntıların kullanıldığı benzetimlerde, frekansın düşmesi veya ayrıntıların artmasıyla birlikte hızla bozulmaktadır. Bu denklemler yerine, vektör ve skaler potansiyel temelli denklemler önerilmiştir [2]-[4]. Bu çalışmada, potansiyel-bazlı yeni formülasyonların momentler metoduyla çözümleri gösterilmiş ve bu denklemlerin düşük frekanslardaki kararlılıkları ortaya konmuştur.

2. Formülasyon

Potansiyel denklemleri, EAİD gibi alan-temelli formülasyonlardan farklı olarak hem yüzey akımları hem de yüzey yükleri üzerinden tanımlanmaktadır. Dolayısıyla, momentler metoduyla kurulan matrisler, üçü birbirinden farklı olmak üzere, dört alt matristen oluşmaktadır. Bunlar, geometrinin ayrıntılandırılmasında kullanılan Rao-Wilton-Glisson (RWG) fonksiyonları ve her bir üçgenin üzerinde tanımlanan birim fonksiyonlarının kendi aralarındaki etkileşimlerinden oluşmaktadır ve

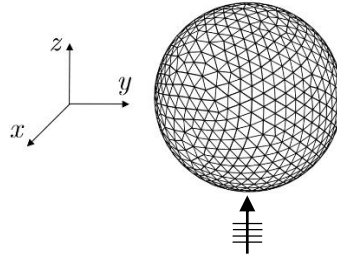
$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Bu çalışma, TÜBİTAK (113E129, 114E498) ve Türkiye Bilimler Akademisi (TÜBA-GEBİP-2015) tarafından desteklenmektedir.

şeklinde ifade edilebilir. Diyagonal bloklarda akımların katkısı RWG fonksiyonlarıyla, yüklerin katkısı ise birim fonksiyonlarıyla test edilmektedir. Diğer bloklarda ise RWG ve birim fonksiyonları arasındaki etkileşimler bulunmaktadır. Bir başka deyişle, empedans matrisini oluşturan alt matrisler olan Γ_{11} , Γ_{12} , Γ_{21} , Γ_{22} sırasıyla, RWG-RWG, RWG-birim, birim-RWG ve birim-birim fonksiyonları etkileşimlerinden oluşmaktadır. Denklem (1)'de j vektörü bilinmeyen akım katsayılarını, s ise bilinmeyen yük katsayılarını simgelemektedir. Ayrıca, w uyarım potansiyelini göstermekte, mükemmel iletken obje kullanıldığından da uyarım yükleri 0 alınmaktadır.

3. Sayısal Sonuçlar

Örnek olarak, 0.3 m yarıçaplı mükemmel iletken bir küreye ait saçılım problemlerinin, EAİD ve potansiyel denklemleriyle 1 GHz'den 1 Hz'e kadar (geometri boyu $2\lambda - 2\lambda \times 10^{-12}$ olacak şekilde) çözümleri gerçekleştirilmiştir. Benzetimler için 1512 üçgenden oluşan ayrıklaştırmalar kullanılmıştır. Şekil 1'de gösterildiği üzere, küre $-z$ yönünden gelen $+x$ polarizasyona sahip düzlem dalgayla aydınlatılmıştır. Potansiyel denklemlerinde düzlem dalga yaklaşımı, kürenin oldukça uzağına konan Hertzian dipol ile sağlanmıştır. Şekil 2'de görüldüğü gibi, potansiyel denklemleriyle elde edilen değerler, tüm frekanslarda analitik çözümlerle yüksek tutarlılık göstermektedir. EAİD çözümünün düşük frekanslarda bozunuma uğramasına rağmen, potansiyel denklemlerinin frekanstan bağımsız bir şekilde analitik çözümlerle örtüşmesi dikkat çekmektedir.



Şekil 1. Kullanılan küre ve aydınlatma kurgusu.

Şekil 2'deki uzak alan dağılımlarını oluşturan yüzey akımları Şekil 3'te gösterilmiştir. Sol taraftaki sonuçlar 1 GHz'deki, sağ taraftakiler ise 1 Hz'deki uyarımlarla elde edilmiş olup, üstteki sonuçlar potansiyel denklemleriyle, alttakiler ise EAİD ile hesaplanmıştır. Uzak alan saçılımlarındakilere benzer çıkarımlar, yüzey akımlarında da görülebilmektedir. Görece yüksek frekanslarda alan ve potansiyel denklemleri benzer akım dağılımları oluşturursa da, düşük frekanslarda EAİD ile elde edilen sonuçlar yanlış görünmektedir.

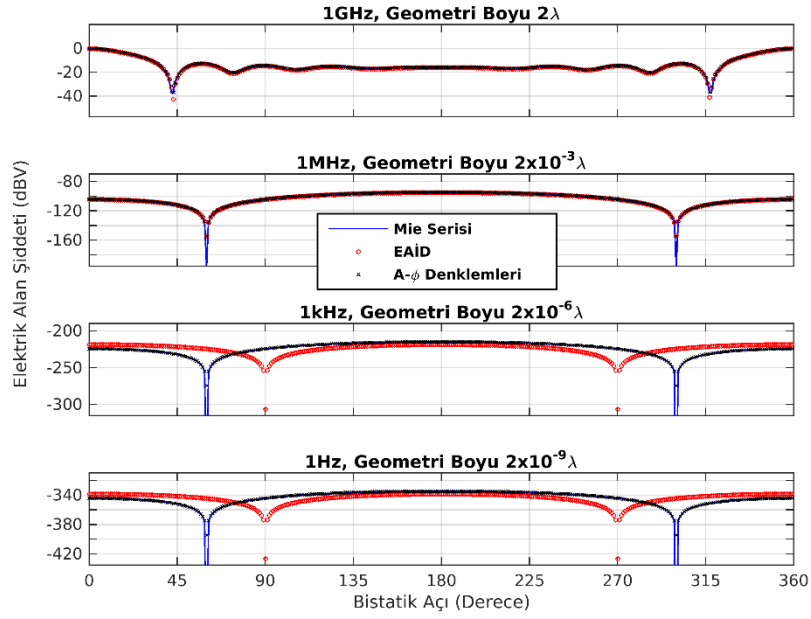
Gerçekleştirilen mükemmel iletken küre benzetimlerinde potansiyel denklemlerinin geniş bantta analitik sonuçlarla tutarlılık göstermesi, bu formülasyonların çok ölçekli problemler için de uygun olabileceğini göstermektedir.

4. Sonuç

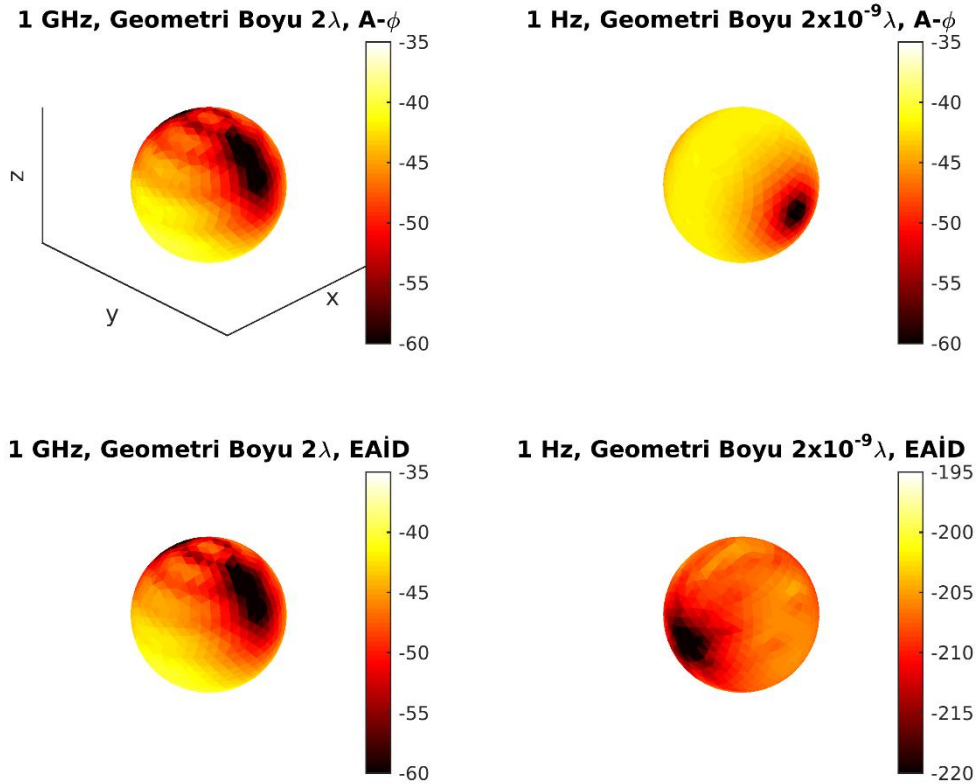
Yakın zamanda düşük-frekans problemlerinin çözümleri için önerilen potansiyel-bazlı formülasyonlar, momentler metoduyla çözülmüş ve elde edilen sonuçlar standart alan formülasyonlarıyla elde edilenlerle karşılaştırılmıştır. Potansiyel denklemlerinin düşük frekanslarda bozunuma uğramadığı, geniş bantlı çözümlere olanak sağladığı ve dolayısıyla çok ölçekli problemler için uygulanabilir olduğu gösterilmiştir.

Kaynaklar

- [1]. Vecchi G., "Loop-star decomposition of basis functions in the discretization of the EFIE," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, cilt.47, no.2, 1999.
- [2]. Chew W.C., "Vector potential electromagnetics with generalized gauge for inhomogeneous media: formulation," Progress In Electromagnetics Research, cilt.149, s.69-84, 2014.
- [3]. Liu Q. S., Sun S., ve Chew W. C., "An integral equation method based on vector and scalar potential formulations," IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting, Vancouver, Kanada, s.744-745, 2015.
- [4]. Vico F., Ferrando M., Greengard L., ve Gimbutas Z., "The decoupled potential integral equation for time-harmonic electromagnetic scattering," Communications on Pure and Applied Mathematics Commun. Pur. Appl. Math., cilt.69, no.4, s.771-812, 2014.



Şekil 2. Şekil 1’de gösterilen senaryo için hesaplanan uzak-alan saçılım değerleri. Elektrik alan değerleri x - z düzleminde bistatik açığa bağlı olarak gösterilmiştir.



Şekil 3. Şekil 1’de gösterilen senaryo için elde edilen yüzey akımı büyüklükleri (dBA).