

Manyetik-Alan İntegral Denklemi İçin Sayısal Test Fonksiyonlarının Tasarımı

Barışcan Karaosmanoğlu, Özgür Ergül
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Ankara
bariscan@metu.edu.tr

Özet: Manyetik-alan integral denklemi (MFIE) ve birleşik-alan integral denklemi (CFIE) formülasyonlarının doğruluğunu artırmaya yönelik yeni bir test fonksiyonu tasarım yöntemi geliştirilmiştir. Sayısal tabanlı olan bu yöntemde elektrik-alan integral denkleminin (EFIE), MFIE ile uyumluluğu kullanılmış ve bu doğrultuda MFIE sistemi üzerinde tanımlanan test fonksiyonları için sayısal ağırlıklar bulunmuştur. Bu sayede iyileştirilmiş olan MFIE sistemlerinin hassas sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Sayısal örnekler olarak, 3x3 delikli balık-ağı geometrisi için test fonksiyonu tasarımları yapılmış ve elde edilen iyileşmeler uzak-bölge elektrik alan saçılım sonuçlarında gösterilmiştir.

Abstract: A novel method of test-function design for improving the accuracy of the magnetic-field integral equation (MFIE) and the combined-field integral equation (CFIE) is developed. In this numerical method, the compatibility of the electric-field integral equation (EFIE) and MFIE is used, and accordingly, the numerical weights of the testing functions, defined in the MFIE system, are obtained. It is shown that the improved MFIE systems provide accurate solutions. As numerical examples, the testing functions are designed for a fishnet structure involving 3x3 holes, and the resulting improvements on the far-zone scattered fields are shown.

1. Giriş

Literatürde de bilindiği üzere, manyetik-alan integral denklemi (MFIE), elektrik-alan integral denklemine (EFIE) kıyasla daha düşük doğrulukta sonuç vermektedir. Bu sorun, ayrıklaştırmanın özellikle düşük mertebe fonksiyonlarla yapıldığı çözümlerde ortaya çıkmaktadır. Öte yandan, MFIE, ikinci mertebe integral denklemi olmasından ötürü, hızlı iteratif yakınsama veren matris denklemleri türetmektedir. Bu doğrultuda, MFIE'nin, hızlı yakınsama özelliğini kaybetmeden, EFIE seviyesinde bir doğrulukta sonuç verebilmesine ilişkin birçok çalışma yapılmıştır. Bazı ve test fonksiyonlarının tamamen değiştirilmesi [1]-[5] veya sadece test fonksiyonlarının iyileştirilmesi [6] bu çalışmalara örnek olarak verilebilir. Örneğin, döndürülmüş Buffa-Christiansen (nBC) fonksiyonlarının [7], geleneksel Rao-Wilton-Glisson (RWG) [8] fonksiyonlarına göre çok daha doğru sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Öte yandan, sadece test fonksiyonlarının değiştirilmesi bile, mevcut programların tekrar yazılmasını gerektirmektedir.

Test fonksiyonları, analitik olarak ifade edilebilseler de, sayısal açıdan bakıldığında test noktalarına uygulanan integral örneklemelerinden oluşmaktadır. MFIE'nin test integraline ve test fonksiyonuna hassasiyeti göz önünde bulundurulduğunda, test fonksiyonları sabit test noktaları üzerinde önceden belirlenebilir. Ardından, çeşitli yöntemler kullanarak, her bir test noktası için belirlenen katsayılarla MFIE'nin doğruluğu artırılabilir. Bu çalışmada, MFIE için bu tür bir sayısal yaklaşımla, yeni bir test fonksiyonu tasarım mekanizması geliştirilmiştir.

Bir sonraki bölümde test fonksiyonlarının sayısal tasarımı hakkında detaylar verilmiştir. Sayısal örnekler kısmında da, önerilen yöntemin etkinliği gösterilmiştir.

2. Test Fonksiyonlarının Sayısal Tasarımı

Analitik açıdan bakıldığında, EFIE ve MFIE sistemlerinin birbirlerine tamamen uyumlu olması gerekmektedir. Ancak, MFIE'nin yeterince doğru olmamasından ötürü EFIE ve MFIE sistemleri birebir aynı sonuçları verememektedir. Bu çalışmada sunulan sayısal tasarım mekanizmasında, EFIE sonucunun MFIE sistemine rehberlik etmesi sağlanmıştır. Bunun için P adet tek noktalı test integrali kullanan MFIE sistemleri

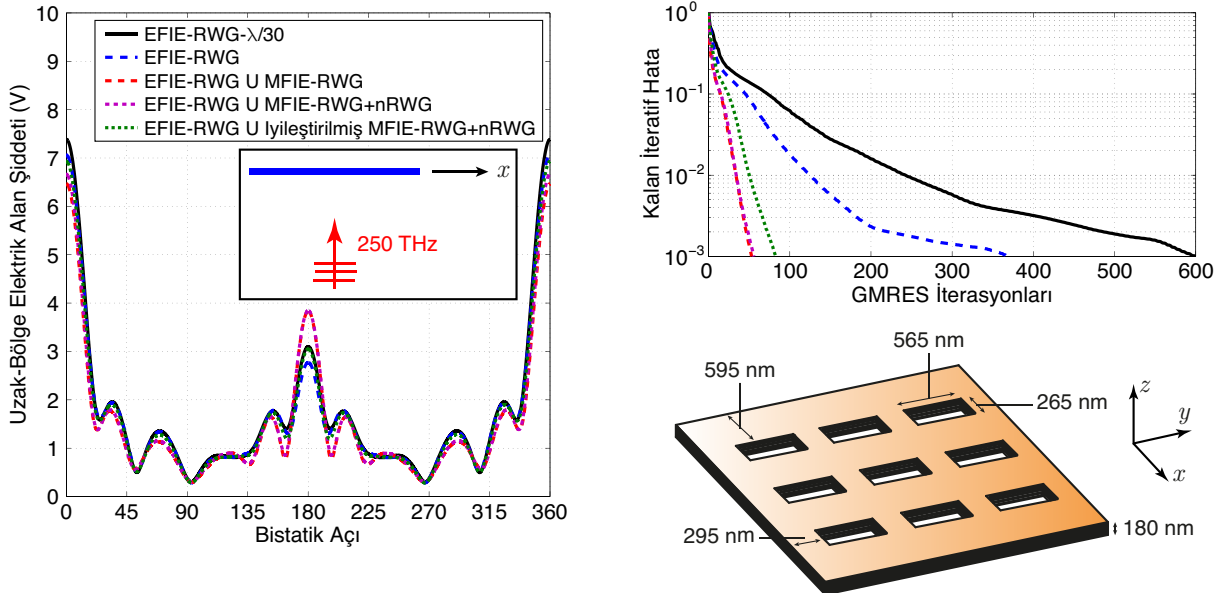
Bu çalışma, TÜBİTAK (113E129, 114E498) ve Türkiye Bilimler Akademisi (TÜBA-GEBİP-2015) tarafından desteklenmektedir.

oluşturulmuştur. Test noktaları Gauss tümlevi ile, test yönleri ise RWG ve döndürülmüş RWG (nRWG) fonksiyonlarının şablon olarak kullanılmasıyla elde edilmiştir. Ardından, EFIE sonucu P adet farklı MFIE sistemine uygulanmış ve bu sistemlerin P adet katsayı ile lineer birleşimi oluşturulmuştur. EFIE sonucu ile birleştirilmiş matris denklemi ve sağ-taraf vektörü toplandığında, bilinmeyen test fonksiyonu katsayıları cinsinden $\bar{Y}_{NxP} \cdot \beta_{Px1} = \mathbf{0}_{Nx1}$ şeklinde bir dikdörtgen matris denklemi oluşturulmuştur. Matris denkleminin sıfır sonucunu vermemesi için de, test katsayılarının toplamını belirleyen bir satır eklenmiştir. Böylece, en uygun test fonksiyonu katsayıları sıfırdan farklı değerlerde bulunabilmiş ve test fonksiyonları sayısal olarak RWG ve nRWG şemalarının kullanılmasıyla tasarlanabilmiştir.

3. Sayısal Örnekler

Sayısal test fonksiyonu tasarımı yöntemi ile balık-ağı geometrisine sahip bir yapı üzerinde gösterilmiştir. Toplam 3x3 delikli balık-ağı geometrisinin boyutları 3175x2875x180 nm şeklinde belirlenmiştir. Geometri, x-y eksenine üzerine yerleştirilmiş ve 250 THz'de incelenmiştir. Bu tür metamalzeme yapılarında, MFIE ve dolayısıyla birleşik-alan integral denkleminin (CFIE) son derece hatalı sonuçlar verebildiği bilinmektedir [9]. Geometri üzerinde, $\lambda/10$ boyutunda üçgenleme uygulandığında, toplam 5250 RWG fonksiyonu tanımlanmıştır. Aydınlatma olarak, z yönünde ve x polarizasyonuna sahip düzlem dalga uygulanmıştır.

Yukarıda özetlenen saçılım probleminin formülasyonları EFIE ve, EFIE ve MFIE'nin doğrudan birleştirildiği CFIE ile gerçekleştirilmiştir. Tüm formülasyonlarda akımlar RWG fonksiyonları ile açılmıştır. Dolayısıyla, farklı formülasyonlarla elde edilen sonuçlar arasındaki farklar test fonksiyonlarından kaynaklanmaktadır. EFIE için standart Galerkin yöntemi kullanılmış ve test fonksiyonları da RWG olarak seçilmiştir. MFIE için ise RWG fonksiyonlarına ek olarak, RWG ve nRWG fonksiyonlarının beraber kullanıldığı (RWG+nRWG) uygulamalar ele alınmıştır. MFIE ve dolayısıyla CFIE üzerinde yapılan iyileştirmeler de bu tür karma test fonksiyonları için gerçekleştirilmiştir. Formülasyonların ayrıklaştırılması sonucu elde edilen tüm matris denklemleri iteratif olarak çözülmüştür. Matris-vektör çarpımları çok seviyeli hızlı çokkutup yöntemi (MLFMA) ile hızlı ve hassas olarak hesaplanmıştır. İteratif yöntem olarak, GMRES kullanılmış ve hedef yakınsama olarak 10^{-3} hata kriteri kullanılmıştır. Saçılım sonuçlarında referans olarak, $\lambda/30$ üçgenlerle ayrıklaştırılmış EFIE formülasyonu kullanılmıştır.



Şekil 1. Boyutları 3.18x2.88x0.18 mikrometre olan balık-ağı yapısının ayrıntılı fiziksel boyutları, uzak-bölge elektrik alan şiddeti ve çözümler için gerçekleştirilen GMRES iterasyonları.

Balık-ağı geometrisinin, zx düzlemi üzerinde, bistatik açığa bağlı uzak-bölge elektrik alan şiddeti değerleri Şekil 1'de verilmiştir. Farklı formülasyon ve ayrıklaştırmalar ile elde edilen elektrik alan şiddeti değerleri birbirleriyle karşılaştırılmıştır. İterasyonlar da göz önüne alındığında, saçılım probleminin farklı çözümleri şu şekilde değerlendirilebilir.

- Referans EFIE-RWG'den türetilen 43866 bilinmeyenli matris denklemi 600 iterasyonda çözülebilmektedir.
- Standart ($\lambda/10$) ayrıklaştırmanın kullanıldığı EFIE-RWG ile, referans sonuç ($\lambda/30$ ayrıklaştırılmış EFIE-RWG) arasında %5.4 bağıl fark gözlenmektedir. EFIE-RWG için gerekli iterasyon sayısı 368'dir.
- MFIE-RWG ve MFIE-RWG+nRWG kullanan CFIE formülasyonlarının çözümleri sırasıyla 53 ve 56 iterasyon sürmüştür. Fakat referans sonuç ile aralarındaki bağıl fark sırasıyla %27.1 ve %24.6 çıkmıştır ki, bu hata seviyeleri pek çok uygulamada kabul edilebilir sınırların üstündedir.
- İyileştirilmiş MFIE-RWG+nRWG kullanan CFIE formülasyonu 83 iterasyonda çözümünü tamamlamıştır. Görece düşük iterasyon sayısına rağmen, referans sonuç ile arasında %8.5 bağıl fark oluşmuştur.

Bu örnekte de gösterildiği üzere, sayısal test fonksiyonu tasarımı, MFIE formülasyonunun doğruluğunu kayda değer biçimde iyileştirmiştir. Ayrıca, bu iyileştirme, görece düşük seviyelerde iterasyon sayısı artışına sebep olmuştur. Bir başka deyişle, çözümlerin verimi EFIE'ye göre çok az seviyelerde etkilenmiştir.

4. Sonuç

MFIE ve CFIE için sayısal yaklaşımla yeni bir test fonksiyonu tasarım mekanizması geliştirilmiştir. EFIE sonucunun rehberliğinde, MFIE formülasyonu üzerinde tanımlanan test fonksiyonları için sayısal ağırlıklar bulunmuş ve bu şekilde sayısal olarak tasarlanan test fonksiyonlarıyla MFIE ve CFIE sonuçlarının hassasiyeti iyileştirilmiştir. Sayısal sonuç olarak, balık-ağı şeklinde metamalzeme yapılarına ait saçılım problemleri incelenmiş ve elde edilen iyileştirmeler uzak-bölge elektrik alan saçılım sonuçlarında gösterilmiştir.

Kaynaklar

- [1]. Ergül E. ve Gürel L., "Improving the accuracy of the MFIE with the choice of basis functions," Proc. IEEE Antennas and Propagation Soc. Int. Symp., cilt.3, s.3389–3392, 2004.
- [2]. Ubeda E. ve Rius J. M., "MFIE MOM-formulation with curl-conforming basis functions and accurate kernel integration in the analysis of perfectly conducting sharp-edged objects," Microw. Opt. Technol. Lett., cilt.44, no.4, s.354–358, Şub. 2005.
- [3]. Ergül E. ve Gürel L., "Improving the accuracy of the magnetic field integral equation with the linear-linear basis functions," Radio Sci., cilt.41, RS4004, Tem. 2006.
- [4]. Ubeda E. ve Rius J. M., "Novel monopolar MFIE MoM-discretization for the scattering analysis of small objects," IEEE Trans. Antennas Propag., cilt.54, no.1, s.50–57, Oca. 2006.
- [5]. Ergül E. ve Gürel L., "Linear-linear basis functions for MLFMA solutions of magnetic-field and combined-field integral equations," IEEE Trans. Antennas Propag., cilt.55, no.4, s.1103–1110, Nis. 2007.
- [6]. Cools K., Andriulli F. P., De Zutter D., ve Michielssen E., "Accurate and conforming mixed discretization of the MFIE," IEEE Antennas Wireless Propag. Lett., cilt.10, s.528–531, 2011.
- [7]. Andriulli F. P., Cools K., Bağcı H., Olyslager F., Buffa A., Christiansen S. ve Michielssen E., "A multiplicative Calderon preconditioner for the electric field integral equation," IEEE Trans. Antennas Propag., cilt.56, no.8, s.2398–2412, Ağu. 2008.
- [8]. Rao S. M., Wilton D. R., ve Glisson A. W., "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," IEEE Trans. Antennas Propag., cilt.30, no.3, s.409–418, May. 1982.
- [9]. Ofluoğlu A. E., Çiftçi T., ve Ergül Ö., "Magnetic-field integral equation," IEEE Antennas Propag. Mag., cilt.57, no.4, s.134–142, Ağu. 2015.