

Manyetik Rezonans Kuşkafesi Bobininin İki Boyutlu Sonlu Farklar ve Sonlu Elemanlar Yöntemleri ile Analizi¹

M. Serkan Açıkgoz, F. Türker Çelepcıkay, Tahir Malas
Turgut Özal Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Ankara

msacikgoz@turgutozal.edu.tr, ftcelepcikay@turgutozal.edu.tr, tmalas@turgutozal.edu.tr

Özet: Bu çalışmada manyetik rezonans görüntüleme kullanılan kuş kafesi bobinlerin iki boyutlu formülasyonu ele alınmıştır. Zaman alanı çözüm yöntemlerinden diktörtgensel sonlu farklar, çembersel sonlu farklar, ve frekans alanı sonlu elemanlar yöntemleri, TM_z formülasyonu kullanılarak karşılaştırılmıştır. Bahsi geçen üç yöntemin göreceli avantaj ve dezavantajları vurgulanmıştır.

Abstract: We consider two-dimensional formulation of birdcage coils used in magnetic resonance imaging. We compare TM_z formulations of time-domain rectangular finite differences, circular finite differences, and frequency-domain finite element formulations. We emphasize relative advantages and disadvantages of the three formulations.

1. Giriş

Manyetik rezonans görüntüleme (MRG) kullanılan kuş kafesi bobinleri kullanılan sabit manyetik alan (B_0) ile doğru orantılı frekanslarda görüntülen vücut bölgesine RF dalga göndermektedir. RF dalganın oluşturduğu dairesel polarize manyetik alanın (B_1) homojen olması ve aynı zamanda mümkün mertebe düşük özgül soğurma hızına (ÖSH) sebep olması gerekmektedir. 1.5T cihazlar için RF frekansı 64 MHz'dir ve bu frekansta dalga boyu bobin boyuna göre büyük olduğu için homojen ve düşük ÖSH'li alan dağılımı elde etmek mümkün olmuştur. Sinyal-gürültü oranı 3T ve 7T gibi daha yüksek seviyede B_0 değerleri için artmakta ve teorik olarak bu tarz yüksek Tesla'lı tarayıcılarda daha yüksek çözünürlüğe sahip detaylı görüntüler elde edilebilmektedir. Ancak, 3T ve 7T cihazlar için RF frekansı sırası ile yaklaşık 128 MHz ve 298 MHz'dir. Bu frekanslarda ise dalga boyu bobin boyundan küçük hale gelmekte ve hem ÖSH değerleri tehlikeli olabilecek şekilde yükselmekte hem de homojen B_1 elde etmek zorlaşmaktadır [1].

Kuş kafesi bobinlerin tasarımı ve güvenilirliğinin testi için simülasyonlar genelde üç boyutlu (3D) sonlu farklar zaman alanı yöntemi ile yapılmaktadır. Ancak, rezonans yapıda olan bu bobinlerin simülasyonu çok uzun sürmektedir. Bu çalışmada, 3D formülasyona alternatif olarak iki boyutlu (2D) sonlu farklar yöntemi ve 2D sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ele alınmıştır [3]. Bobin ve fantom dairesel bir simetriye sebep olduğu için diktörtgensel sonlu farklara (DSF) ek olarak çembersel sonlu farklar (ÇSF) yöntemi de ele alınmıştır. 2D TM_z formülasyon DSF ile çeşitli frekanslarda incelenmiş frekans artışının sonuçlara etkisi gösterilmiştir. Ayrıca, bir silindirik fantom için DSF, ÇSF, ve SEY formülasyonları karşılaştırılmıştır.

2. Formülasyon

Dairesel polarize B_1 alanı elde edebilmek için kuşkafesi bobininin bacakları denem uzun telleri arasında

$\alpha_l = \frac{2\pi}{N_{\text{bacak}}}(l-1)$ açısı farkı faz farkı olarak verilmiştir [2]. Silindirik yapıda olan kuş kafesi bobini dikey

yönde (z yönü) diğer yönlere göre daha uzun olduğu ve aynı zamanda görüntü alınan bölge genelde bobinin ortası olduğu için 2D formülasyonun yeterince doğru olabileceği öngörülmektedir. Ayrıca 3D anatomik model içeren kuşkafesi simülasyonları, rezonans yapısından dolayı FDTD'de, modelin heterojen olmasından dolayı da FEM veya hacimsel momentler yönteminde çok uzun süre almakta veya çok sayıda işlemci kullanımı ve paralel kod yazımı gerektirmektedir.

TM_z formülasyonu için zaman alanı Helmholtz dalga denklemi

¹ Bu çalışma TÜBİTAK tarafından 113E187 nolu proje kapsamında desteklenmiştir.

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial E_z}{\partial t} = \sigma \frac{\partial I_z}{\partial t} \quad (1)$$

ile ifade edilmektedir. Bu denklemin $N_x \times N_y$ bir ızgara üzerinde merkezi sonlu farklar yöntemi ile

ayrıklaştırıldığında $a = 2 \left(\frac{\mu \varepsilon_{ij}}{(\Delta t)^2} - \frac{1}{(\Delta x)^2} - \frac{1}{(\Delta y)^2} \right)$, $b = \frac{\mu \sigma_{ij}}{2\Delta t} - \frac{\mu \varepsilon_{ij}}{(\Delta t)^2}$ ve $c = \frac{\mu \sigma_{ij}}{2\Delta t} + \frac{\mu \varepsilon_{ij}}{(\Delta t)^2}$, olmak üzere

$$E_z^{n+1}(i, j) = \frac{a}{c} E_z^n(i, j) + \frac{b}{c} E_z^{n-1}(i, j) + \frac{1}{c(\Delta x)^2} [E_z^n(i+1, j) + E_z^n(i-1, j)] + \frac{1}{c(\Delta y)^2} [E_z^n(i, j+1) + E_z^n(i, j-1)] - \frac{\mu}{2c\Delta t} [I_z^{n+1}(i, j) - I_z^{n-1}(i, j)] \quad (2)$$

zaman-adım formülü elde edilmektedir.

ÇSF'da ayrıklaştırma radyal değişken ρ ve ϕ açısı üzerinden yapılmaktadır. $N_\rho \times N_\phi$ bir ızgara üzerinde

Denklem (1)'in ayrıklaştırılması sonucu $a' = 2 \left(\frac{\mu \varepsilon_{ij}}{(\Delta t)^2} - \frac{1}{(\Delta \rho)^2} - \frac{1}{\rho_i^2 (\Delta \phi)^2} \right)$ olmak üzere

$$E_z^{n+1}(i, j) = \frac{a'}{c} E_z^n(i, j) + \frac{b}{c} E_z^{n-1}(i, j) + \frac{1}{c(\Delta \rho)^2} [E_z^n(i+1, j) + E_z^n(i-1, j)] + \frac{1}{2c\rho_i\Delta\rho} [E_z^n(i+1, j) + E_z^n(i-1, j)] + \frac{1}{c\rho_i^2(\Delta\phi)^2} [E_z^n(i, j+1) + E_z^n(i, j-1)] - \frac{\mu}{2c\Delta t} [I_z^{n+1}(i, j) - I_z^{n-1}(i, j)] \quad (3)$$

elde edilmektedir.

E_z 'nin fazör gösterimi \tilde{E}_z ise, Helmholtz denklemi $\varepsilon_c = \varepsilon - j\omega\sigma$ kompleks geçirgenlik olmak üzere

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial y^2} + \omega^2 \mu \varepsilon_c \tilde{E} = j\omega \mu \tilde{I}_z \quad (4)$$

ile ifade edilmektedir. Varyasyonel SEY formülasyonu gerçekleştirilmiş ve 2. derece bir soğurucu sınır koşulu kullanılarak mükemmel iletken silindirin saçılım probleminde analitik çözümler karşılaştırılarak programın doğruluğu test edilmiştir [3].

Bu çalışmanın kapsamında bobinlerin etrafında metal kalkan olduğu varsayılmış, dolayısı ile tüm formülasyonlarda mükemmel iletken sınır koşulu sınırdaki \tilde{E}_z 'yi sıfırlayarak uygulanmıştır. \tilde{E}_z bulunduktan

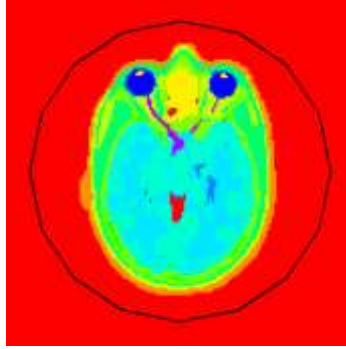
sonra manyetik alan $\tilde{\mathbf{H}} = \frac{1}{j\omega\mu} \left(\hat{x} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} - \hat{y} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \right)$ ile bulunabilir. Daha sonra fantom veya anatomik modeldeki

ÖSH, ρ yoğunluk (g/cm^3) olmak üzere $\dot{O}SH = \sigma |\tilde{E}_z|^2 / 2\rho$ ile, manyetik akı yoğunluğunun dairesel polarize bileşeni ise $\tilde{\mathbf{B}}_1 = \mu(\tilde{H}_x + j\tilde{H}_y)$ ile bulunmuştur.

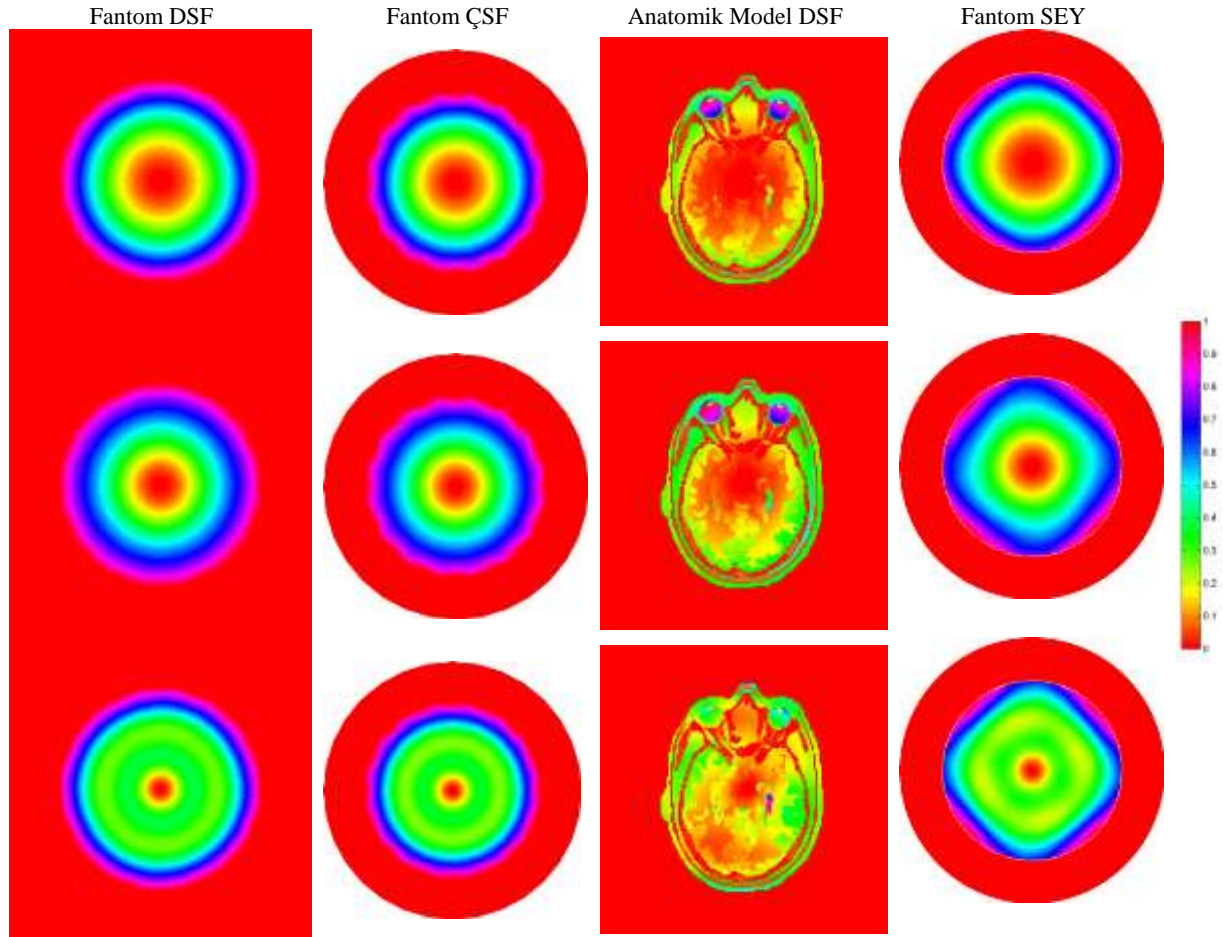
Simülasyonlarda kullanılan model "Visible Human Project" tarafından sağlanan erkek modelinden elde edilmiştir. Şekil 1'de simülasyonda kullanılan ve gözleri içeren kesit gösterilmiştir. 2 mm çözünürlüğündeki bu kesitte deri, yağ, kortikal ve süngerimsi kemik, kas, kan, beyindeki beyaz ve boz maddeler, beyin-omurilik sıvısı, kornea, göz bebeği, ve kıkırdak doku olmak üzere 12 doku ayırt edilmiştir.

3. Sonuçlar

DSF, ÇSF, ve SEY yöntemleri bobin boş iken çalıştırılarak literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmış ve doğruluğu test edilmiştir. Bu yöntemlerle elde edilmiş fantomlu ve anatomik model içeren sonuçlar Şekil 2de gösterilmiştir. 2 mm adım aralığı ile elde edilen bu sonuçlarda özellikle DSF ve SEY arasında fantom sınırında bazı farklılıklar gözlemlenmiştir. Anatomik modelde de frekans arttıkça ÖSH değerlerinin frekansla yaklaşık doğru orantılı olarak arttığı gösterilmiştir. B₁ karşılaştırmalarını da içeren daha detaylı analizler sunumda gösterilecektir.



Şekil 1. 2D anatomik model ve etrafındaki kuş kafesi bobini.



Şekil 2. DSF ve ÇSF ile elde edilen normalize edilmiş ÖSH sonuçları.

4. Kaynaklar

- [1]. Pierre-Marie, R., Lawrence B., Ultra High Field Magnetic Resonance Imaging. Springer 2006.
- [2]. Jianming J., Electromagnetic Analysis and Design in Magnetic Resonance Imaging. CRD Press., 1998.
- [3]. Jianming J., The Finite Element Method in Electromagnetics, 3rd Edition. CRD Press., 2014.