

## Çok Amaçlı Optimizasyon Probleminin Dağıtık Pareto Optimizasyonu Kullanılarak Genetik Algoritma ile Çözümü

Abdullah Ok\*, Barış Satar, Ahmet Akbulut, A. Egemen Yılmaz  
Ankara Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Gölbaşı, Ankara

[abdullah.ok@windowslive.com](mailto:abdullah.ok@windowslive.com)\*, [bsatar@ankara.edu.tr](mailto:bsatar@ankara.edu.tr), [aakbulut@ankara.edu.tr](mailto:aakbulut@ankara.edu.tr)  
[aeyilmaz@eng.ankara.edu.tr](mailto:aeyilmaz@eng.ankara.edu.tr)

**Özet:** Bu bildiriye çok amaçlı optimizasyon problemi dağıtık biçimde Genetik Algoritma (GA) kullanılarak çözülmüştür. Tartışılan problem, 9 çevrimden oluşan bir topoloji için geçerlidir. Her çevrimdeki 10 kullanıcıya 3 amaç altında girişimi mümkün olduğunca azaltmak için bir frekans planlaması yapılmaktadır. Problemin çözümü, sunulan Pareto optimizasyonu ile mümkün olan muhtemel çözümler kümesi şeklinde ifade edilmiştir. Problemin dağıtık olarak çözülmesi, kullanılan 5 genetik algoritma ile gerçekleştirilmiştir. Böylece merkezi olarak bulunan çözümlere ulaşılacak amaçlanmıştır. Çalışmada dağıtık genetik algoritmalar ile en iyi çözüme ulaşabilmek için gen değişimi stratejileri ve popülasyon sayısı gibi bazı parametreler kullanılmıştır. Önerilen yöntemler bu parametrelerle elde edilen dağıtık çözümlerdir.

**Abstract:** In this paper, a multi-objective optimization problem is solved by means of distributed Genetic Algorithm (GA). The problem being discussed, applies to a topology that consists of 9 cycles. In each cluster, there are 10 users. To construct a proper cost function for this problem, three penalty functions are described. Thus, determined frequencies for the clusters should ensure the inter-cluster and intra-cluster interferences to be minimum. The solution to the problem, presented in the form of a set of possible solutions with Pareto optimization. 5 GAs are used to solve the problem distributedly. In the study, in order to achieve the best solution with distributed GAs, some parameters such as gene replacement strategy and the number of the population are used. The proposed methods are distributed solutions obtained with these parameters.

### 1. Giriş

Bu çalışmada frekans atama problemi çok amaçlı bir optimizasyon problemi olarak ele alınmaktadır [1-3]. Tasarsız bir telsiz ağı için üç amaçlı bir frekans atama problemi tanımlanmış ve dağıtık yapıda bir Genetik Algoritma ile çözülmüştür. Bahsedilen ağ içerisinde belirli sayıda ünitelerin bulunduğu birçok telsiz çevrimleri yer almaktadır. Kullanılacak frekans kümesi bu üniteler arasında tanımlı amaçlara uygun biçimde paylaşılacaktır.  $F_{major} = \{f_1, f_2, \dots, f_{major}\}$  kümesi, kullanıma uygun ve geçerli olan frekansların kümesini gösterir.  $F^{(j)} = \{f_1^{(j)}, f_2^{(j)}, \dots, f_N^{(j)}\}$  kümesi ise, j'inci çevrimin frekans setidir. Herhangi bir çevrimin frekansları seçilirken aynı frekans değerinin bir defadan fazla seçilmemesi gerekmektedir. Bu kısıt, sembolik olarak şu şekilde ifade edilebilir:  $(f_a^{(j)}, f_b^{(j)} \in F^{(j)}) \wedge (a \neq b) \Rightarrow f_a^{(j)} \neq f_b^{(j)}$ . Çevrimlere frekans ataması yapılırken hedeflenen amaçlar birer ceza fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

**Çevrim içi ceza fonksiyonu:** Her bir çevrim içerisindeki ünitelere atanacak frekanslar arasında belirli bir aralık olması istenmektedir. Bu koşulun ne ölçüde sağlandığı, aşağıdaki şekilde tanımlanacak bir ceza fonksiyonu ile hesaplanabilir:

$$P^{(j)} = \sum_{a=1}^M \sum_{b=a+1}^M d_f(f_a^{(j)}, f_b^{(j)}) \quad (2)$$

Buradaki  $d_f()$  fonksiyonu, iki frekans değeri arasındaki mesafeye dayalı cezayı belirlemektedir.

$$d_f(f_a^{(j)}, f_b^{(j)}) = \begin{cases} C, & |f_a^{(j)} - f_b^{(j)}| \leq k \\ 0, & |f_a^{(j)} - f_b^{(j)}| > k \end{cases} \quad (3)$$

**Çevrimler arası ceza fonksiyonu:** Her bir çevrimin frekans seti belirlenirken, farklı çevrimler ile ilişkiler de gözetilerek bir takım koşulların daha sağlanması gerekmektedir. Fiziksel olarak yakın konuşlanmış çevrimler için girişim göz önünde bulundurularak aralarındaki uzaklığı hesaba katan bir  $\gamma()$  fonksiyoneli tanımlanmıştır. Bu koşulların ne ölçüde sağlandığı, aşağıdaki şekilde tanımlanacak bir ceza fonksiyonu ile hesaplanabilir:

$$R^{(i,j)} = \gamma(i,j) \cdot (\sum_{a=1}^L \sum_{b=1}^L e_{ij} (f_a^{(i)} - f_b^{(j)})) \quad (4)$$

Buradaki  $e_{ij}()$  fonksiyonu, iki frekans değeri arasındaki mesafeye dayalı cezayı belirlemektedir.

$$e_{ij} (f_a^{(i)}, f_b^{(j)}) = \begin{cases} D, & |f_a^{(i)} - f_b^{(j)}| \leq m \\ 0, & |f_a^{(i)} - f_b^{(j)}| > m \end{cases} \quad (5)$$

**Kanal kazancı ceza fonksiyonu:** Kanal kazançlarının farklı olması dolayısıyla, herhangi bir çevrimin frekansları seçilirken minimum ve maksimum değerleri arasındaki farkın da belirli bir eşik değerinin altında olması gerekmektedir. Bu kısıt, sembolik olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$(f_{amin}^{(j)} = \min (f_a^{(j)} | f_a^{(j)} \in F^{(j)})) \wedge (f_{amax}^{(j)} = \max (f_a^{(j)} | f_a^{(j)} \in F^{(j)})) \Rightarrow (f_{amax}^{(j)} - f_{amin}^{(j)} < \beta) \quad (6)$$

Bu koşulun ne ölçüde sağlandığı, aşağıdaki şekilde tanımlanacak bir ceza fonksiyonu ile hesaplanabilir:

$$S^{(j)} = \begin{cases} 0 & \text{eğer } (f_{amax}^{(j)} - f_{amin}^{(j)} < \beta) \text{ ise} \\ \exp (+\sigma (f_{amax}^{(j)} - f_{amin}^{(j)} - \beta)) & \text{eğer } (f_{amax}^{(j)} - f_{amin}^{(j)} \geq \beta) \text{ ise} \end{cases} \quad (7)$$

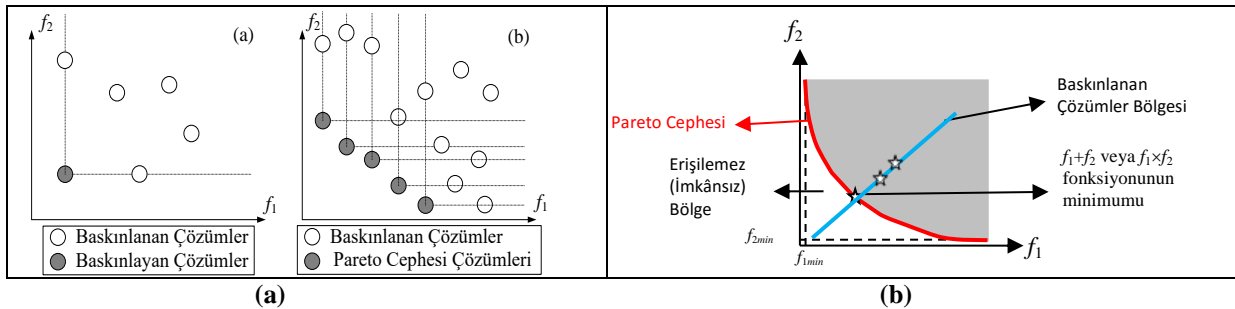
Çok amaçlı problem, birden fazla amaç aritmetik operatörler ile birleştirilerek optimize edilecek tek bir amaç fonksiyonunun tanımlanmasıyla çözülebilir. Bu işlem literatürde skalarizasyon veya tek amaca indirgeme gibi farklı isimlerle anılır. Bu durumda eldeki problem aşağıda tanımlı E fonksiyonunun yukarıdaki kısıtlar da göz önünde bulundurularak minimize edilmesi olarak ifade edilebilir.

$$E = w_{cic} \sum_{a=1}^Z P^{(a)} + w_{cac} \sum_{a=1}^Z \sum_{b=a+1}^Z R^{(a,b)} + w_{kcc} \sum_{a=1}^Z S^{(a)} \quad (8)$$

E fonksiyonu her bir çevrim için hesaplanmış ceza fonksiyonlarının ağırlıklandırılmış toplamıdır. Her üç parametre toplamları 1 olacak biçimde seçilir.

## 2. Dağıtık Pareto Optimizasyonu ve Dağıtık Genetik Algoritmalar

Belirli kısıtlar altında birden fazla amaç fonksiyonunun çözümleri ele alınsın. Çözümler  $f$  ile gösterilirse,  $f_i(x) < f_i(y)$  olacak şekilde en az bir  $j$  noktası varsa ( $D$ , amaç fonksiyonu sayısı olmak üzere  $0 < j < D$ ); " $x$ ,  $y$ 'ye göre baskındır" ve  $x \prec y$  ile gösterilir [4-5]. Baskın olan tüm çözümlerin kümesi, Şekil 1 (a)'da da görüldüğü üzere Pareto Cephesi'ni oluşturur. Pareto Cephesi, Şekil 1 (b)'de de görüldüğü üzere çok amaçlı bir optimizasyon probleminde ulaşılabilecek çözümlerin sınırını belirler.



Şekil 1. (a) Baskın gelme ilişkisi ve Pareto Cephesi, (b) Pareto Cephesi'nin fiziksel anlamı.

Ele alınan problem için ağ içerisinde birbirine komşu olan ve 9 çevrimden oluşan öbeklerin bulunduğu varsayılmıştır. Her öbek Pareto Cephesindeki bir çözümü bulacak biçimde çalışmaktadır. Yine her bir öbekteki çevrimler içerisinde bulunan üniteler Genetik Algoritmaları dağıtık olarak çalıştırmaktadır. Öbek içerisinde dağıtık yapı, algoritmaların haberleşmesi yoluyla sağlanmaktadır. Haberleşme ile Genetik Algoritmalar arasında gen/birey göçü gerçekleştirilmektedir. Kullanılabilir frekans sayısı 80 ve her bir çevrime atanan frekans sayısı ise 10 olarak seçilmiştir. Yukarıda tanımlanan üç ceza fonksiyonunun eşit ağırlıklılandırılmış değeri yani Pareto Cephesindeki tek bir nokta için çözümüne dair sonuçlar verilmiştir.

### 3. Uygulama ve Sonuçlar

Verilen kısıtların gözetilerek her bir öbek için tek bir algoritmanın merkezi olarak yaptığı çözüm ile 5 Genetik Algoritma kullanılarak elde edilen dağıtık çözümler karşılaştırılmıştır. Genetik Algoritma için iki ayrı seçim mekanizması kullanılmıştır. Gen değişimi koşulu olarak her 10 iterasyonda bir periyodik olarak gen değişimi ve bir önceki iterasyondaki ceza değerine göre %20 iyileşme sağlandığı durum ele alınmıştır. Gen değişimi koşulu sağlandığında algoritmalar karşılıklı olarak en iyi %10 genlerini değiştirmektedirler.

**Tablo 1.** Merkezi bir algoritma ile 72 popülasyon kullanılarak elde edilen sonuçlar.

Paralel GA sayısı	1 (Merkezi tek algoritma)		
Popülasyon sayısı	72		
Monte Carlo sayısı	500		
İterasyon sayısı	100		
Seçim mekanizması	Çarkı Felek	Üstel Rank	
Ceza değeri (ortalama)	4.1457e-05	2.3796e-05	
Standard sapma	7.4553e-06	2.8924e-06	

**Tablo 2.** Dağıtık GA ve 52 popülasyon kullanılarak elde edilen sonuçlar.

Paralel GA sayısı	5			
Popülasyon sayısı	52			
Monte Carlo sayısı	500			
İterasyon sayısı	100			
Göç oranı	En iyi % 10 (5 adet)			
Göç sıklığı	Periyodik, 10 iterasyonda 1 kez	%20 iyileşme		
Seçim mekanizması	Çarkı Felek	Üstel Rank		
Ceza değeri (ortalama)	4.055e-05	2.378e-05	4.826e-05	2.681e-05
Standard sapma	6.107e-06	2.465e-06	9.81e-06	3.360e-05

Periyodik olarak gen değiştirildiği durumda her iki seçim mekanizması için de merkezi ve daha fazla popülasyonla çözüm yapan algoritmaya göre daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Göç kriteri olarak bir önceki iterasyona göre %20 iyileşme seçildiği durumda ise merkezi algoritmaya göre daha kötü sonuçlar elde edilmiştir. Ancak algoritma sayısı artırıldığında daha iyi sonuçlar alınabilecektir. Bu durumda dağıtık yapıda periyodik göç sıklığı ile daha az işlem gücü harcanarak ancak haberleşme maliyeti ile daha iyi sonuçlar elde edilebilmektedir. Dağıtık yapının bir diğer avantajı ise 5 algoritmanın farklı çözümler bulması ve bunların herhangi birinin karıştırma gibi istemli ya da başka kaynaklardan gelebilecek istemsiz girişimler durumunda yeni çözüm olarak denenebilmesine olanak sağlamasıdır.

### Kaynaklar

- [1]. Björklund, P., Värbrand, P. ve Yuan, D., "Optimal frequency planning in mobile networks with frequency hopping", Computers and Operations Research, cilt 32, s. 169–186, 2005.
- [2]. Dorne, R. ve Hao, J.-K., "Constraint handling in evolutionary search: A case study of the frequency assignment", Lecture Notes in Computer Science, cilt 1141, s. 801–810, 1996.
- [3]. Abril, J., Comellas, F., Cortés, A., Ozón, J. ve Vaquer, M., "A multi-agent system for frequency assignment in cellular radio networks", IEEE Transactions on Vehicular Technology, cilt 49, sayı 5, s. 1558–1565, 2000.
- [4]. Papadimitriou, C. H. ve Steiglitz, K., Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity, New Jersey: Prentice-Hall, 1982.
- [5]. Dorigo, M., Optimization, Learning and Natural Algorithms, Doktora Tezi, Politecnico di Milano, İtalya, 1992.