

Termoakustik Tomografi İçin Seyreklik Tabanlı Yöntemlerin Kullanılması

Ulaş Taşkın, Özgür Özdemir
İstanbul Teknik Üniversitesi
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
İstanbul
taskinu@itu.edu.tr, ozdemiroz3@itu.edu.tr,

Özet: Bu çalışmada, termoakustik tomografideki görüntüleme problemi seyreklik tabanlı iki farklı yöntem kullanılarak incelenmiştir. İlk olarak termoakustik tomografideki bu görüntüleme probleminin ters kaynak problemine denk düştüğü açıklanmıştır. Daha sonra görüntülenmeye çalışılan kaynağın seyreklik koşulunu sağladığı varsayımı ile eşikleme kullanan Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm (ISTA) ve Iterative Hard Thresholding (IHT) yöntemleri uygulanmıştır. Bununla beraber bu yöntemlerin yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biri olan eşlenik gradyan yöntemine göre daha iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Gürültü varlığında elde edilen sonuçlar ISTA yönteminin IHT'ye göre daha iyi bir performansa sahip olduğunu göstermiştir.

Abstract: In this study, imaging problem of thermoacoustic tomography is analysed using sparsity based two different methods. First, it is explained that the imaging problem in thermoacoustic tomography corresponds to inverse source problem. Next, under the sparsity approximation Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm (ISTA) and Iterative Hard Thresholding (IHT) methods are applied to reconstruct the source. It is observed that these methods give better results than commonly used conjugate gradient method. Results using the noisy measurements show that ISTA has better performance than IHT.

1. Giriş

Termoakustik tomografi medikal bir temassız görüntüleme yöntemi olup meme görüntülemesi, kanser teşhisi ve küçük hayvan görüntülemesi gibi önemli uygulama alanlarına sahiptir. Termoakustik tomografi elektromanyetiğin yüksek kontrast ve akustiğin yüksek çözünürlük özelliklerini birleştiren hibrit bir yöntem olarak nitelendirilmektedir [1]. Mikrodalga darbeler ile aydınlatılan bir bölgede ısınıp genişleyen biyolojik dokular, etki ortadan kalktıktan sonra soğuyup büzölmeye başlarlar. Bu ani genişleşip büzölme hareketi sonrasında da kaynak gibi davranarak buldukları ortama akustik dalga yayarlar. Bu şekilde biyolojik bir sürece dayanan termoakustik tomografi, ters kaynak problemi olarak ele alınıp çözülebilir [2].

Seyreklik tabanlı yöntemler son zamanlarda elektromanyetik görüntüleme alanında popüler olmuş ve bu yöntemlerin klasik yöntemlere göre daha iyi sonuçlar verebildiği gösterilmiştir [3]. Termoakustik tomografideki ters kaynak problemi de özellikle erken kanser teşhisi uygulaması baz alındığında seyreklik koşulunu sağlamaktadır. Bu çalışmada, eşikleme dayalı iki yöntem termoakustik ters kaynak problemine uygulanarak bu yöntemlerin öncelikle klasik eşlenik gradyan yöntemine göre üstünlükleri belirtilip daha sonra kendi aralarında nasıl bir fark olduğu irdelenecektir. 2. bölümde termoakustik tomografinin temel teorisi açıklanarak ters kaynak halinde ifade edilmiştir. 3. bölümde ters kaynak probleminin seyreklik tabanlı yaklaşım ile çözümü ve bu çalışmada kullanılan yöntemler olan ISTA [4] ve IHT [5] açıklanmıştır. 4. bölümde ise elde edilen sayısal sonuçlar verilmiştir.

2. Termoakustik Tomografi

Termoakustik etki, mikrodalga aydınlatması altında kalarak enerji soğuran doku tarafından akustik dalga yayılması şeklinde tarif edilebilir. Termoakustik tomografide görüntülenecek bölgeye mikrodalga darbeler gönderildikten sonra bölgeden yayılan akustik dalgaların ölçülerek bu dalgaların kaynağı yani kanserli doku bulunmaya çalışılır. Bu mantıkla çalışan termoakustik tomografi sisteminin ölçüm düzeneği Şekil 1' de gösterilmektedir. Ölçülen akustik dalga $\hat{p}(\mathbf{r}, w)$ ile mikrodalga soğurma dağılımı $A(\mathbf{r})$ arasında dalga denklemi kullanılarak bir bağlantı kurulabilir

$$(\nabla^2 + k^2)\hat{p}(\mathbf{r}, w) = \frac{iw\beta}{C_p} A(\mathbf{r})\hat{I}(w) \quad (1)$$

Bu çalışma, İTÜ Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) kapsamında 38805 nolu proje tarafından desteklenmektedir.

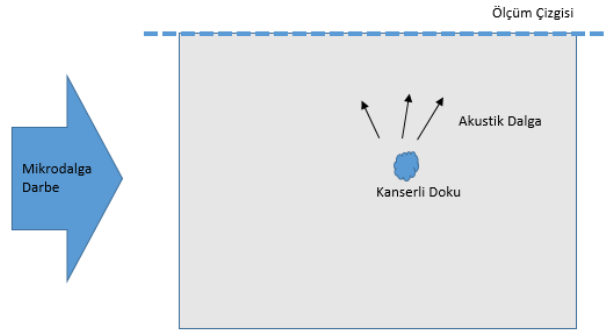
Burada k dalga sayısını, β termal genişleme katsayısını, C_p spesifik ısı kapasitesini ve $\hat{I}(w)$ gönderilen mikrodalga darbeyi temsil etmektedir. (1)'deki homojen olmayan Helmholtz denkleminin çözümü aşağıdaki formda elde edilebilir.

$$\hat{p}(\mathbf{r}, w) = \frac{iw\beta\hat{I}(w)}{C_p} \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', w) A(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2)$$

\mathbf{r}' kaynağın konumunu, V kaynağın bulunduğu bölgeyi, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', w)$ homojen akustik ortamın Green fonksiyonunu temsil etmektedir. (2)'deki denklem ayrıklaştırılarak matris formunda

$$p = Hx \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. p ölçülen akustik dalga $\hat{p}(\mathbf{r}, w)$ 'yi temsil eden vektör ve x soğurma dağılım fonksiyonu $A(\mathbf{r})$ 'yi temsil eden vektördür. H ileri yönde doğrusal matris operatörüdür.



Şekil 1. Problem geometrisi.

3. Seyreklik Yaklaşımı

Termoakustik tomografinin erken kanser teşhisi gibi uygulamalarında kanserli doku hücreleri buldukları görüntüleme yapılacak bölge içerisinde çok düşük bir oranda yer kaplamaktadırlar. Bu özellik probleme seyreklik bakış açısıyla yaklaşıp çözüm yapılabilmesine olanak sağlamaktadır. Seyreklik tabanlı yöntemlerden olan IHT' de (3) denklemi bir minimizasyon problemine dönüştürülerek

$$\min \|Hx - p\|_2^2 + \lambda \|x\|_0 \quad (4)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Buradaki temel yaklaşım (4)'deki ilk terim olan hata terimini minimize ederken çözülmeye çalışılan kaynak dağılımı x 'in az sayıda sıfır olmayan eleman içerdiği bilgisini kullanarak sağdaki terimi eklemektir. Bu yöntemde l_0 norm minimizasyonu yapabilmek için sert eşikleme kullanılmakta ve yöntemin ismi de buradan gelmektedir. (4)'deki minimizasyon probleminin IHT yöntemindeki çözümü

$$x_{k+1} = E(x_k + \lambda H^T(p - Hx_k)) \quad (5)$$

şeklinde verilmektedir. Burada alt indis k iterasyon adımını belirtmektedir. $E(\mathbf{z})$ eşikleme fonksiyonu olup IHT yönteminde sert eşikleme yapacak bir yapıda olmalıdır. Literatürde l_0 norm çözümü yerine l_1 norm çözümü kullanan yöntemler de mevcuttur. Bu yöntemlerden biri olan ISTA, (3)'deki denklemi

$$\min \|Hx - p\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \quad (6)$$

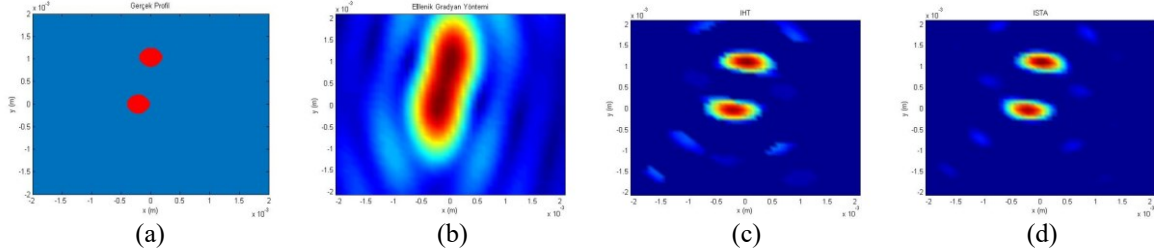
şeklinde l_1 norm içeren bir minimizasyon problemine dönüştürmektedir. Bu problemin ISTA yöntemi ile çözümü ise (5)'deki iterasyon formülünde eşikleme fonksiyonu $E(\mathbf{z})$ 'nin yumuşak eşikleme yapacak şekilde değiştirilmesi ile elde edilebilir. Bu noktada ISTA'nın yumuşak eşikleme yapması dolayısıyla gürültüye karşı daha dayanıklı olması beklenmektedir.

4. Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde ilk olarak termoakustik tomografi probleminin çözümünde seyreklik yaklaşımı kullanımının görüntüleme kalitesini artırdığını göstermek için IHT ve ISTA yöntemleri ile seyreklik yaklaşımı kullanmayan klasik eşlenik gradyan yönteminin karşılaştırılması yapılmıştır. Daha sonra ise seyreklik tabanlı yöntemlerin gürültüye karşı dayanıklılıkları incelenmiştir. Her iki karşılaştırma için de Şekil 2a' da verilen kaynak dağılım profili kullanılmıştır. Bu profilde iki adet olarak düşünülen kaynakların konum ve boyutları verilmiştir. Buradaki kaynakların homojen soğurma dağılımına $A(\mathbf{r})$ sahip olacak şekilde aydınlatılmış tümörlerden oluştuğu

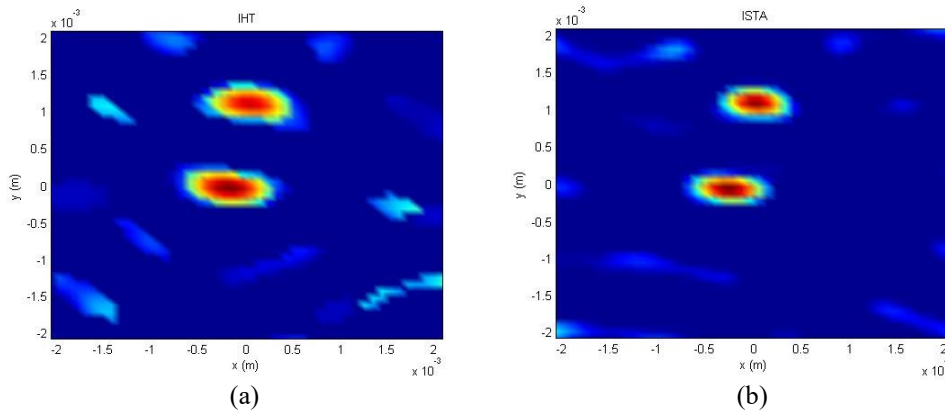
varsayılmıştır. Sentetik ölçüm datası oluşturulurken deneysel verilere paralel olması amacıyla frekans aralığı 0.1 ile 1.5 MHz aralığında seçilmiş olup bu aralıkta 10 adet örnek alınmıştır. Ölçüm çizgisi üzerine 50 adet akustik alıcı anten yerleştirilmiştir.

Şekil 2' deki sonuçlar seyreklik tabanlı yöntemler olan IHT ve ISTA' nın klasik yöntem olan eşlenik gradyan yöntemine göre daha iyi sonuçlar verdiğini göstermektedir. Eşlenik gradyan yönteminde gerçekte iki tane olan cisimler ayırt edilememiş ve tek bir cisim gibi bulunmuştur. IHT ve ISTA ile elde edilen sonuçlar ise birbirlerine benzer sonuçlar vermekte olup, iki cismi ayırt ederek düzgün bir şekilde bulabilmiştir.



Şekil 2. (a) Gerçek kaynak profili. Gürültüsüz durumda (b) Eşlenik gradyan, (c) IHT ve (d) ISTA yöntemlerinin sonuçları.

Şekil 3' de 3dB' lik bir işaret gürültü oranına sahip bir ölçüm verisi kullanılarak IHT ve ISTA yöntemleri ile elde edilen görüntüleme sonuçları verilmiştir. Bu sonuçlara dayanarak her iki yöntemin de gürültüye rağmen cisimleri ayırt edebildiği fakat ISTA' nın IHT' ye oranla daha net bir görüntü verdiği yani gürültüye daha dayanıklı olduğu çıkarımı yapılabilmektedir.



Şekil 3. Gürültülü ölçüm ile (a) IHT ve (b) ISTA yöntemlerinin sonuçları. SNR = 3dB.

5. Sonuç

Termoakustik tomografi ters kaynak problemi olarak ele alınmış ve klasik eşlenik gradyan yöntemi ile seyreklik tabanlı IHT ve ISTA yöntemlerinin performansları bu doğrultuda incelenmiştir. Seyreklik tabanlı yöntemler ile klasik eşlenik gradyan yöntemine göre daha iyi görüntüler elde edilebileceği sayısal sonuçlarda gösterilmiştir. Yumuşak eşikleme yapan ISTA yönteminin ise sert eşikleme yapan IHT yöntemine göre gürültüye karşı daha dayanıklı olduğu yine sayısal sonuçlar ile doğrulanmıştır.

Kaynaklar

- [1] M. Xu ve L. V. Wang. "Photoacoustic imaging in biomedicine," *Rev. Sci. Instrum.*, 77 (4) : 041101 (s. 22), 2006.
- [2] M. A. Anastasio, J. Zhang, D. Modgil ve P. J. L. Riviere "Application of inverse source concepts to photoacoustic tomography," *Inverse Probl.*, 23; s. 21-35, 2007.
- [3] A. Massa, "Compressive sensing - basics, state-of-the-art, and advances in Electromagnetic engineering," *2015 9th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, Lizbon, 2015, s. 1-4.
- [4] A. Desmal ve H. Bağcı, "Shrinkage-Thresholding Enhanced Born Iterative Method for Solving 2D Inverse Electromagnetic Scattering Problem," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, cilt. 62, no. 7, s. 3878-3884, Temmuz 2014.
- [5] T. Blumensath ve M. E. Davies, "Iterative hard thresholding for compressed sensing," *App. Computat. Harm. Analysis*, cilt. 27, no. 3, s. 265-274, 2009.