

# Elektrik-Alan İntegral Denkleminin Genetik Algoritma ile Optimize Edilmiş Modifiye Süperformül ile İki Boyuttaki Hızlı Yakınsayan Çözümleri

Sadri Güler, Can Önel, Özgür Ergül, M. Enes Hatipoğlu\*, Emrah Sever\*, Fatih Dikmen\*, Yury A. Tuchkin\*  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi  
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Ankara  
sadriguler@gmail.com, canonol.mail@gmail.com, ozgur.ergul@eee.metu.edu.tr

\*Gebze Teknik Üniversitesi  
Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Kocaeli  
hatipogluenes@gmail.com, emrahsever@gtu.edu.tr, dikmen@gtu.edu.tr, yury.tu@gmail.com

**Özet:** İntegral denklemlerin çözümlerinin yakınsaklığı sınır eğrisini temsil eden parametrik fonksiyonun düzgünlüğüne bağlıdır. Bu nedenle eğri için tüm türevleri mevcut sonsuz düzgün bir parametrik fonksiyon kullanılması ile üstel yakınsak çözümlere varılabilmesi mümkün olur. Bu amaç için düzenlenmiş süperformülün bir biçimi iki boyutlu problemlerde istenen sınırların parametrizasyonu için, parametrelerinin genetik algoritmalar ile optimize edilmesi doğrultusunda önerilmektedir. Elektrik-alan integral denkleminin dair elde edilen sonuçların yakınsaklığı sunulacaktır.

**Abstract:** Solutions of the integral equations converge at the smoothness rate of the parametrical function representing the boundary contour. Therefore using an infinitely smooth parametrical representation with derivatives of all orders results into exponentially converging solutions. A version of superformula tailored for this purpose is suggested along with the optimization of its parameters via genetic algorithms to obtain smooth parameterization for desired boundaries in two dimensional problems. The convergence of the resulting solutions of the electric-field integral equation will be presented.

## 1. Giriş

Elektrik-alan integral denklemlerinde (EAİD) sınır parametrizasyonu için kullanılan fonksiyon sonsuz düzgün olduğunda üstel yakınsak çözümlere varmak mümkündür [1]. Bu da, mümkün olduğunda bu özelliğe uygun parametrize edilen eğrilerin kullanılmasını teşvik edicidir [2]. Örneğin, [2]'de kullanılan parametrizasyon sonsuz düzgündür ve parametreleri bakımından, temsil edebileceği keyfi bir eğri için düzgün bir parametrizasyon olmayan süperformülün [3] bir alt kümesindedir. Bu parametreleri çeşitli amaçlar için buluşsal yoldan optimize etme girişimleri [4] süperformülün parametrelerini iki boyutlu problemler bakımından bu tür yaklaşımlar ile daha geniş bir problem sınıfı için belirleme fikrine yolaçmıştır. Ancak bu, aşağıda da sunulduğu gibi, süperformülün herhangi bir mertebeden bir türevinin mevcut olduğu bir biçime sokulmasını gerektirmektedir. Genetik algoritma (GA) [5] optimizasyonu kullanılarak, istenen iki boyutlu kapalı eğrilere uyan nihai parametre kümesinin belirlenmesi amaçlanmaktadır.

## 2. Süperformül ve yeniden Düzenlenmesi

[3]'te verilen radyal parametrizasyon

$$\rho(\phi) = \left( \left| \frac{\cos\left(\frac{m\phi}{4}\right)}{a} \right|^{n_2} + \left| \frac{\sin\left(\frac{m\phi}{4}\right)}{b} \right|^{n_3} \right)^{-1/n_1} \quad (1)$$

eğrileri çizerken görülen altı parametreyi kullanır. Kolayca sağlanabilir ki (1), kuvvetlerin çift olmayan değerleri için türevlerinde sıçramalar içerir ve parametre kümesini sınırlamaksızın formülden yararlanabilmek için,

$$\rho(\phi) = \left( \left( \frac{\sqrt{\cos^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \alpha^2}}{a} \right)^{n_2} + \left( \frac{\sqrt{\sin^2\left(\frac{m\phi}{4}\right) + \beta^2}}{b} \right)^{n_3} \right)^{-1/n_1} \quad (2)$$

şeklinde düzenlemek gerekli olur. Yukarıda (2)'de,  $\alpha$  ve  $\beta$  sıfırdan farklı oldukça bu yeni süperformül biçimi sonsuz türevlenebilir hale gelmiştir. Buna göre istenen bir eğri için optimize edilmesi gereken parameter sayısı toplamda sekiz olur, yani,  $\{a, b, \alpha, \beta, m, n_1, n_2, n_3\}$ .

### 3. EAİD'nin Düzenlenmesi

Kapalı düzgün bir eğri için elektrik alan integral denklemi tüm-bölge Galerkin yöntemi kullanılarak [5]'de açıklandığı biçimde çözülebilir. Ancak eğrinin sonsuz düzgün yapısının sonuçları geliştirmesi için [1]'de düzgün parametrize edilmiş şeritler için gösterilen yordama uymak gerekir. Bu, Green fonksiyonunu [1]'de yapıldığı gibi parçalara ayırır, yani önce logaritmik tekillik [5] ve onunla çarpılmış düzgün fonksiyonlar sınıflandır. İlkini Fourier katsayılarının analitik olarak bilindiğini ve ikincisinin Fourier katsayılarının FFT ile iyi bir doğrulukla elde edilebilecek olduğunu gözetip, çarpımın Fourier katsayılarının çarpanların Fourier katsayılarının konvolüsyonu olma özelliğinden yararlanılması ile Fourier katsayıları yüksek doğrulukla bulunur. EAİD integrali altında görülen eğrinin diferansiyel yay uzunluğu, seçilen tanıma göre, çözümü ya çekirdek örneklerinin [1] ya da bilinmeyen fonksiyonun [5] azalma hızları aracılığıyla etkiler. Her iki durumda da, eğri parametrizasyonu düzgünleştikçe sonsuz düzgün fonksiyonların Fourier katsayılarının daha hızlı sönümü, parametrizasyonun tüm türevlerinin mevcut olması nedeniyle üstel bir yakınsaklık ile gözlemlenir.

### 4. Genetik Algoritmalarla Süperformül Optimizasyonları

Genetik algoritmalar, çeşitli elektromanyetizma problemlerine uygulanmış olan, güçlü ve verimli optimizasyon tekniklerindedir. Bu algoritmaların, özellikle taranması gereken optimizasyon uzayının az bilindiği ve maliyet fonksiyonunun analitik olarak ifade edilemediği senaryolarda başarılı sonuçlar verdiği iyi bilinmektedir. Bu çalışmada, yüksek kabiliyetli bir genetik algoritma uygulaması geliştirilmiş ve bu uygulama süperformüldeki sekiz parametrenin (değişkenin), verilen referans eğrilere minimum hata ile yaklaşılması doğrultusunda, optimizasyonları için kullanılmıştır.

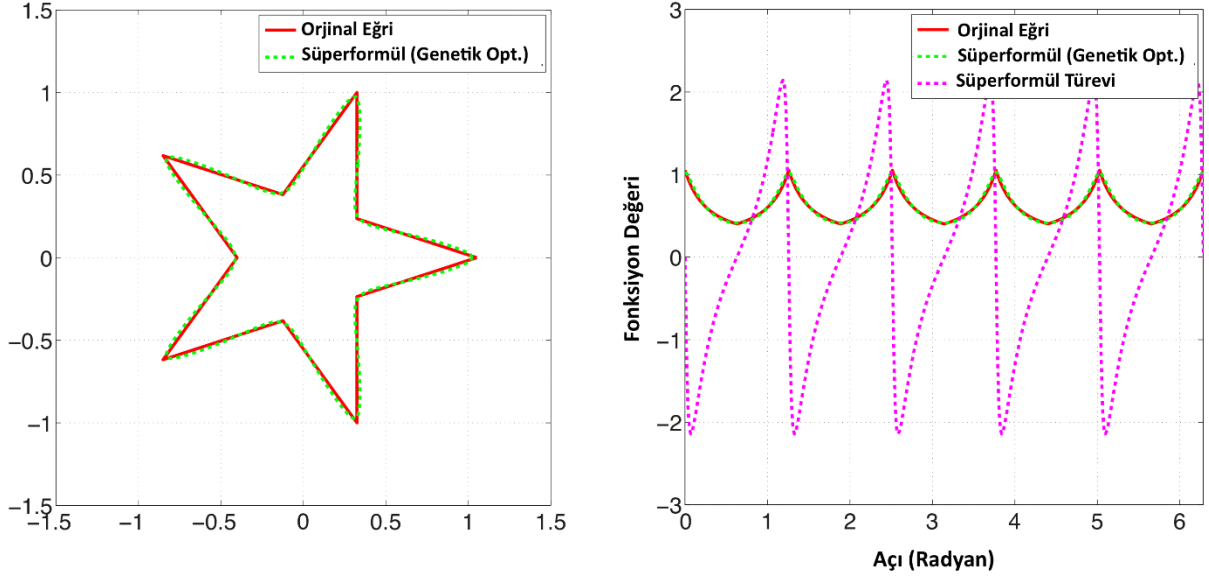
Genetik algoritmalar parametrelerin kodlanmış hallerine uygulandığından, süperformül değişkenlerin ikili sistemde yazılabilen kromozomlara dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda, her bir değişken, önceden belirlenmiş sınırlar içerisinde örneklenmiş ve dokuz bitten oluşan sayılarla ifade edilmiştir. Süperformülde toplam sekiz değişken olduğu göz önüne alındığında, genetik algoritmalarda kullanılan kromozom boyları 72 bit olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla, taranan uzayın ayrıklaştırılmış modelinde yaklaşık olarak  $5 \times 10^{21}$  olasılık bulunmaktadır. Bu tür bir uzayın taranabilmesi için 80 bireyden oluşan genetik havuzlar kullanılmış ve toplam nesil sayısı 5000 ile sınırlanmıştır. Bir başka deyişle, her bir optimizasyon için yaklaşık 400,000 deneme gerçekleştirilmiştir. MATLAB ortamında ve tek çekirdek üzerinde, 400,000 süperformül denemesini de içeren tüm optimizasyon işlemleri yaklaşık olarak 40 dakika sürmektedir.

Genetik algoritmaların süperformül optimizasyonları için kullanıldığı senaryolarda dikkat edilmesi gereken bir husus da, süperformül parametrelerindeki ufak değişimlerin bile kimi durumlarda ciddi fonksiyon değişimlerine neden olmasıdır. Bu bakımdan, geliştirilmiş olan genetik algoritma uygulamasının kararlı bir biçimde çalışabilmesi kritiktir. Örneğin, standart genetik algoritmalar uygulandığında, havuzlardaki kaliteli bireylerin yok olabileceği ve optimizasyonların kısıtlı iyileştirmelere yol açtığı gözlemlenmiştir. Bu doğrultuda, geliştirilen optimizasyon uygulamasında, başarı-bazlı mutasyonlar, bit-bit çaprazlama yöntemleri ve aile elitizmi gibi yeni teknikler uygulanmıştır. Ayrıca, rulet tekerleği ve turnuva tekniğinin birleştirildiği hibrid seçim mekanizmaları geliştirilmiştir. Bu teknikler sayesinde, geliştirilen genetik algoritmalarla süperformüllerin hızlı ve verimli optimizasyonları gerçekleştirilebilmiştir.

Son olarak, süperformül optimizasyonlarında, başarı kriteri fonksiyonu aşağıdaki şekilde seçilmiştir:

$$f = \frac{a_1 \times \max(\rho_{ref} - \rho) + a_2 \times \|\rho_{ref} - \rho\|_2}{\|\rho_{ref} - \rho\|_2} \quad (3)$$

Ayrıca, bu iki tür hatanın farklı oranlarda ele alındığı optimizasyonlar ele alınmıştır. Genel olarak, yukarıdaki formülde  $a_1$  ve  $a_2$  katsayılarının 5.0 ve 1.0 olarak seçildiği optimizasyonların başarılı sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.



Şekil 1 Yıldız şeklinde bir eğrinin optimizasyonu sonucu elde edilen süperformül modeli. Açığa bağlı fonksiyon değerlerine ek olarak, optimizasyon sonucu elde edilen süperformülün türevi gösterilmiştir.

### 3. Sayısal Sonuçlar

Sayısal örnek olarak, Şekil 1'de yıldız şeklinde bir eğrinin süperformül optimizasyonları gösterilmiştir. Referans geometri, sivri kısımları göz önüne alındığında, süperformül modellemesi bakımından zor bir eğridir. Optimizasyonlar sonucu elde edilen eğri, referans eğriyle karşılaştırılmalı olarak incelenmiştir. Hem polar (sol) hem de lineer (sağ) grafiklerde gözlemlendiği üzere, optimizasyonlar son derece başarılı sonuçlar vermiş ve eğri az miktarda hatayla modellenebilmiştir. Ayrıca, lineer grafikte, süperformül modelinin türevi incelendiğinde, türev değerlerinin sınırlı bir aralıkta kalması, optimizasyon sonucu elde edilen eğrinin görece yavaş değişimini kanıtlamaktadır.

### Alınan Destekler

Bu çalışma TÜBİTAK 114E927 numaralı araştırma projesince desteklenmektedir.

### Kaynaklar

- [1] Tsalamengas, J.L., "Exponentially converging Nystöm method in scattering from infinite curved smooth strips, part 1, part 2", IEEE Trans. Antenna&Prop. vol 58, 3265-3281 October 2010.
- [2] Boriskina S.V., Benson T.M., Sewell P., Nosich A.I., "Optical modes in 2-D imperfect square and triangular microcavities" IEEE, Journal of Quantum Electronics, Vol 41, 857-862, June 2005.
- [3] Gielis J., "A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural and abstract shapes," American Journal of Botany vol. 90 333-338, March 2003.
- [4] Mishra K., Sudhanshu, "Some Experiments on Fitting of Gielis Curves by Simulated Annealing and Particle Swarm Methods of Global Optimization", July 3, 2006. At SSRN: <http://ssrn.com/abstract=913667> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.913667>
- [5] Vinogradov, S.S., Vinogradova, E.D., Wilson, C., Sharp, I., Tuchkin, Y.A., "Scattering of an E-Polarized Plane Wave by Two-Dimensional Airfoils", Electromagnetics, vol. 29-3, 268-282, 2009.
- [6] Rahmat-Samii Y. and Michielssen E., Electromagnetic optimization by genetic algorithms. John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [7] Önoç C. and Ergül Ö., "Optimizations of patch antenna arrays using genetic algorithms supported by the multilevel fast multipole algorithm," Radioengineering, vol. 23, no. 4, pp. 1005-1014, Dec. 2014.