

Kaydırılmış Frekansta İç Eşdeğerliğin Üç Boyutlu Elektromanyetik Saçılım Problemlerine Uygulanması

Sevda Özdemir, Adnan Köksal
Hacettepe Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Ankara

sevda@ee.hacettepe.edu.tr, koksal@ee.hacettepe.edu.tr

Özet: Bu çalışmada geniş bantta elektromanyetik problemler için bir çözüm yöntemi olan Kaydırılmış Frekansta İç Eşdeğerlik (KFİE) ilkesi anlatılmış ve üç boyutlu homojen olmayan yapılardan saçılım problemine uygulanmıştır.

Abstract: In this study, Shifted Frequency Internal Equivalence (SFIE) principle, a solution method for wideband electromagnetic problems, is described and applied to the scattering from 3D inhomogeneous material bodies.

1. Giriş

Birçok elektromanyetik problem veya uygulamanın çözümü için geniş bantta saçılma veya ışınma tepkileri bilinmelidir. Moment Metot (MM), Sonlu Elemanlar Metodu gibi yöntemler istenen bant aralığındaki bütün frekanslarda çözüm yapılması gereken yöntemlerdir. Bu durum, özellikle elektriksel olarak büyük problemlerde yüksek hesaplama zamanı ve bellek sorunlarına neden olmaktadır. Kaydırılmış Frekansta İç Eşdeğerlik (KFİE) ise geniş bantta elektromanyetik problemin çözümü için oldukça uygun bir yöntemdir [1]. Bu yöntemde tek frekansta elde edilen sonuçlar bant aralığındaki diğer frekanslarda da kullanılabilir.

2. Kaydırılmış Frekansta İç Eşdeğerlik

Kaydırılmış Frekansta İç Eşdeğerlik İlkesi (KFİE), ω_0 frekansında Moment Metot (MM) ile elde edilen çözümün diğer ω frekanslarında basit matematiksel işlemlerle kullanılabilirdiği bir eşdeğerliktir. Şekil 1.a'da \vec{J}^i ve \vec{M}^i ile aydınlatılmış, ortam parametreleri (ϵ, μ) olan homojen olmayan yapıdan saçılma problemi görülmektedir. Şekil 1.b'de ise ω_0 'daki iç eşdeğer problemde bulunan eşdeğer hacim ve yüzey akımları gösterilmektedir ve

$$\left. \begin{aligned} \vec{J}_{\omega_0}^v &= j(\omega\epsilon - \omega_0\epsilon_0)\vec{E}_\omega \\ \vec{M}_{\omega_0}^v &= j(\omega\epsilon - \omega_0\epsilon_0)\vec{H}_\omega \\ \vec{J}_{\omega_0}^s &= -\hat{n} \times \vec{H}_\omega \\ \vec{M}_{\omega_0}^s &= -\hat{n} \times \vec{E}_\omega \end{aligned} \right\} \longrightarrow \begin{aligned} \vec{E}_{\omega_0} &= \vec{E}_\omega \\ \vec{H}_{\omega_0} &= \vec{H}_\omega \end{aligned} \quad (1)$$

olarak tanımlanırsa orijinal problemdeki ω frekansındaki alanlar ile eşdeğer problemdeki ω_0 frekansındaki alanlar birbirine eşit olmaktadır. Bu alanlar birbirine eşitlenirse Hacim Alan Denklemleri (HAD)

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\omega_0}(\vec{J}_{\omega_0}^v, \vec{M}_{\omega_0}^v, \vec{J}_{\omega_0}^s, \vec{M}_{\omega_0}^s) &= \vec{E}_\omega \\ \vec{H}_{\omega_0}(\vec{J}_{\omega_0}^v, \vec{M}_{\omega_0}^v, \vec{J}_{\omega_0}^s, \vec{M}_{\omega_0}^s) &= \vec{H}_\omega \end{aligned} \quad (2)$$

elde edilir. Şekil 1.c'de ise dış eşdeğer problem gösterilmiştir. İç eşdeğer problem ile dış eşdeğer problem yüzeyde eşitlenirse, Yüzey Teğet Alan Denklemleri (YTAD)

$$\vec{E}_{\omega_0}(\vec{J}_{\omega_0}^v, \vec{M}_{\omega_0}^v, \vec{J}_{\omega_0}^s, \vec{M}_{\omega_0}^s)_{tan} = \vec{E}_\omega(-\vec{J}_{\omega_0}^s, -\vec{M}_{\omega_0}^s)_{tan} + \vec{E}_{\omega tan}^i$$

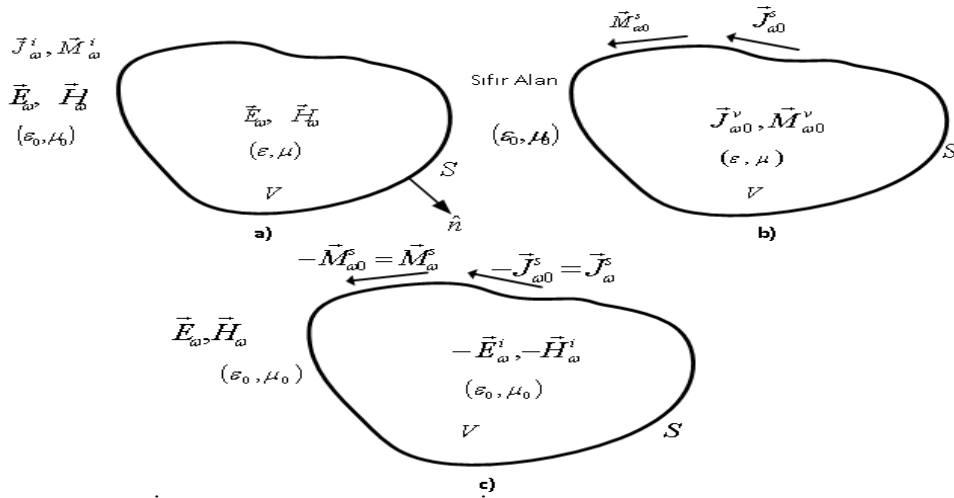
(3)

$$\vec{H}_{\omega 0}(\vec{J}_{\omega 0}^v, \vec{M}_{\omega 0}^v, \vec{J}_{\omega 0}^s, \vec{M}_{\omega 0}^s)_{tan} = \vec{H}_{\omega}(-\vec{J}_{\omega 0}^s, -\vec{M}_{\omega 0}^s)_{tan} + \vec{H}_{\omega}^i_{tan}$$

elde edilir. HAD' deki bilinmeyen alanlar \vec{E}_{ω} ve \vec{H}_{ω} , m tane açılım fonksiyonu ile açılır ve m tane test fonksiyonu ile test edilirse m tane doğrusal denklem oluşur. Aynı işlemler bilinmeyen yüzey akımları $\vec{J}_{\omega 0}^s$ ve $\vec{M}_{\omega 0}^s$ için p tane açılım ve test fonksiyonu ile uygulanırsa toplam $m+p$ tane doğrusal denklem elde edilir. Doğrusal denklemlerde yer alan hacim ve yüzey integralleri ile elde edilen denklem sistemi

$$\begin{bmatrix} Z_{VV}(\omega_0) & Z_{VS}(\omega_0) \\ Z_{SV}(\omega_0) & Z_{SS}(\omega_0) + Z_{SS}(\omega) \end{bmatrix} [X] = [V] \quad (4)$$

şeklinde gösterilebilir ve çözümü için MM kullanılabilir. Empedans matrisinde sadece $Z_{SS}(\omega)$ matrisi her ω frekansında hesaplanmaktadır. KFİE algoritması için Köksal'ın yapmış olduğu çalışma incelenebilir [2].



Şekil 1. KFİE için a) Orijinal problem, b) İç eşdeğer problem, c) Dış eşdeğer problem

3. Benzetim Sonuçları

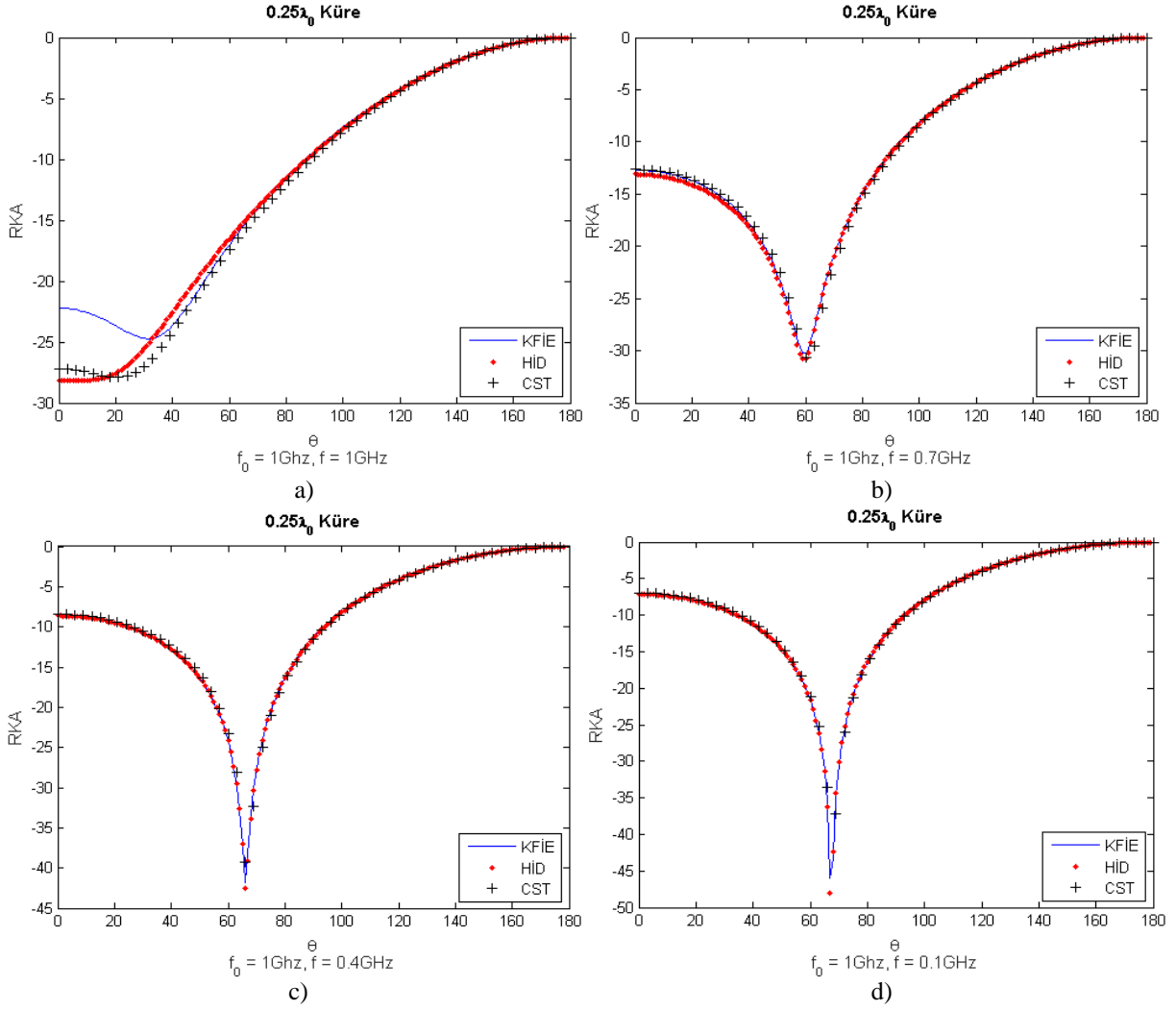
KFİE çözümünde açılım fonksiyonu için darbe fonksiyonu, test fonksiyonu için nokta uyumlama ve ağ bölümlenmesi için tetrahedronlar kullanılmıştır. CST benzetim programı ve Matlab'da yazılan Hacim İntegral Denklemi'nin (HİD) MM çözümüyle karşılaştırılan, 2973 tetrahedronla bölümlenmiş $0.25\lambda_0$ küre ve 137 tetrahedronla bölümlenmiş $0.1\lambda_0$ küpten saçılım probleminin sonuçları Şekil 2 ve Şekil 3'te gösterilmiştir. Şekil 2'de başlangıç frekansı $f_0=1$ GHz'den düşük frekanslara gidildikçe KFİE-HİD-CST sonuçlarının oldukça yaklaştığı ve hatanın azaldığı görülmektedir. Şekil 3.a'da $0.25\lambda_0$ küre için KFİE ve HİD arasındaki Radar Kesit Alanı (RKA) hatası %6'nın altındadır. Şekil 3.b'de $0.1\lambda_0$ küpten saçılma problemi için farklı ϵ_r değerleri ile RKA hatası karşılaştırılmıştır. ϵ_r değeri arttıkça ağ sayısı sabit kaldığı için RKA hatası da beklendiği gibi artmaktadır.

4. Sonuç

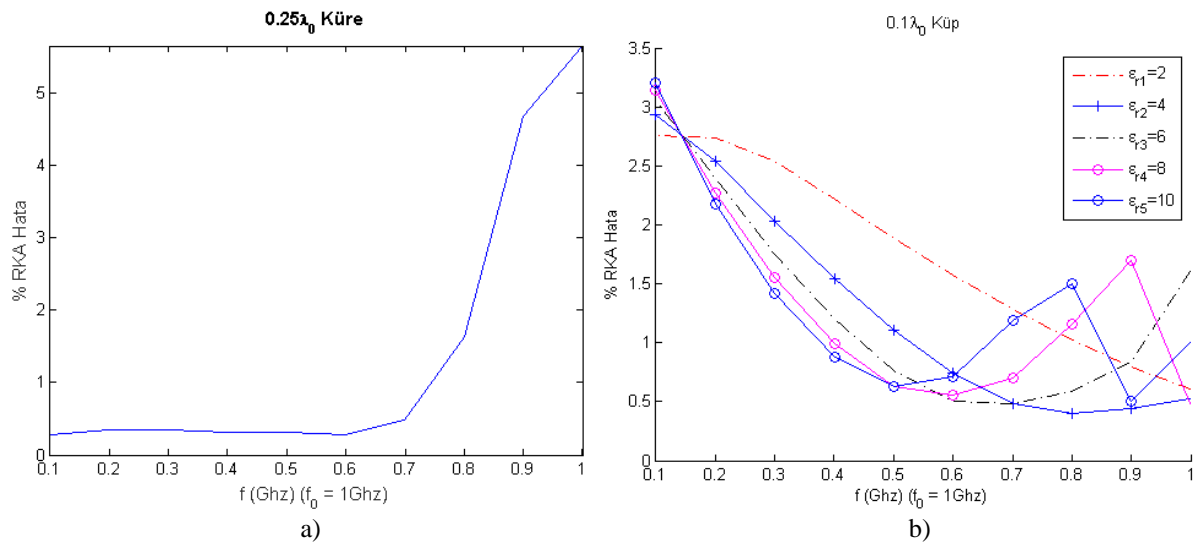
Bu çalışmada Kaydırılmış Frekansta İç Eşdeğerlik ilkesi anlatılmıştır. Bu eşdeğerlik ilk defa üç boyutlu yapıardan saçılım problemi için kullanılmış ve çözüm için oldukça başarılı bir yöntem olduğu gösterilmiştir. Bir bant aralığında MM gibi her frekansta Hacim İntegral Denklemi'ni çözmek yerine, tek frekansta elde edilen doğrusal denklemdeki matris elemanları, diğer frekanslarda da kullanılmıştır. Böylece saçılım problemi, yüzeyden saçılım problemi gibi çözülmüştür. Bu da hesaplama zamanının azalmasını sağlamıştır.

Kaynaklar

- [1]. Köksal A., "Shifted-frequency internal equivalence", IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, cilt.46 no.1, s.76-81, 1998.
- [2]. Köksal A., "Multifrequency formulation for electromagnetic scattering using shifted-frequency internal equivalence," IEEE Transaction On Microwave Theory and Techniques, cilt.47 no.2, s.150-155, 1999.



Şekil 2. $0.25\lambda_0$ küreden saçılım problemi için KfİE-HİD-CST ile RKA karşılaştırması, $\epsilon_r = 2.2$, $\mu_r = 1.37$, $f_0=1\text{GHz}$, a) $f = 1\text{GHz}$, b) $f = 0.7\text{GHz}$, c) $f = 0.4\text{GHz}$, d) $f = 0.1\text{GHz}$



Şekil 3. a) $0.25\lambda_0$ küreden saçılım problemi için ($f_0=1\text{GHz}$) KfİE ile HİD arasındaki RKA hatası ($\epsilon_r = 2.2$, $\mu_r = 1.37$), b) $0.1\lambda_0$ küpten saçılım problemi için ($f_0=1\text{GHz}$) farklı ϵ_r değerleri için KfİE ile HİD arasındaki RKA hatası ($\mu_r = 1$)