

Dairesel Dalga Kılavuzlarının 2 Boyutlu FDTD Yöntemi İle Modellenmesi

Yavuz EROL, Hasan H. BALIK
Fırat Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
23119 Elazığ
yerol@firat.edu.tr, hasanbalik@gmail.com

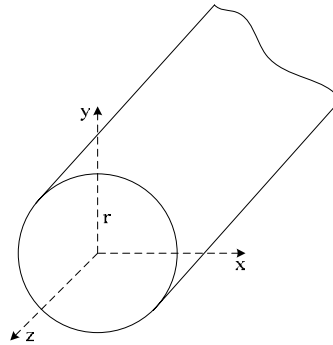
Özet: Bu çalışmada 2 boyutlu FDTD yöntemi ile WC-94 adlı dairese dalga kılavuzunun modellenmesi gerçekleştirilmiştir. TM ve TE modu için ayrı ayrı yapılan simülasyonlar ile kılavuzun zaman ve frekans cevapları elde edilmiştir. Problem uzayı büyük ve küçük hücrelerden oluşan ızgaralara bölünerek mod kesim frekanslarının doğrulukları karşılaştırılmıştır.

1. Giriş

Elektromanyetik problemlerin çözümü için sayısal yöntemler geliştirmek ve mevcut yöntemlerin doğruluklarını iyileştirmek önemli bir çalışma konusudur. FDTD yöntemi üzerinde yapılan iyileştirmelerden en önemlisi ızgaralama teknikleri ile ilgilidir. Literatürde büyük, küçük ve alt ızgaralama konusunda pek çok çalışma bulunmaktadır [1-2]. Özellikle dikdörtgen ve dairese kesitli dalga kılavuzlarına ait modeller, geliştirilen FDTD algoritmalarının doğruluğunun test edilmesinde önemli bir avantaj sağlamaktadır.

2. Dairesel dalga kılavuzu

Şekil 1’de görülen dairese kesitli dalga kılavuzu mikrodalga bandında pek çok uygulamada kullanılmaktadır. Bir dairese dalga kılavuzunun analizi, kılavuzun dairese kesitinde kutupsal koordinatlarda iki boyutlu Helmholtz denkleminin çözümünü gerektirir. Çözüm, Bessel fonksiyonlarını ve köklerini içerir. TM modu için kesim frekansları k_{nr} ile, TE modu için k'_{nr} ile orantılıdır [3].



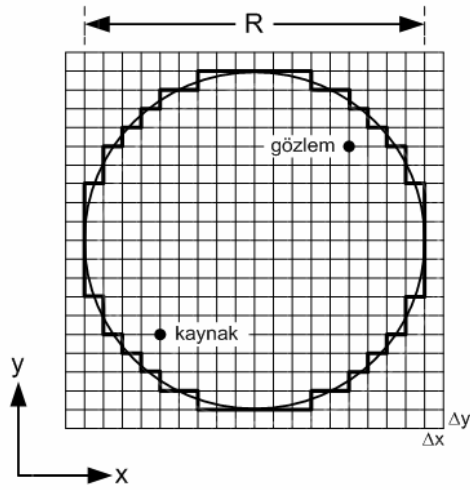
Şekil 1. Dairesel kesitli silindirik dalga kılavuzu

Denklemler 1’den görüldüğü gibi, kılavuzda iletilebilecek elektromanyetik dalgaların mod kesim frekansları, kılavuzun yarıçapına, k_{nr} ve k'_{nr} katsayılarına bağlıdır.

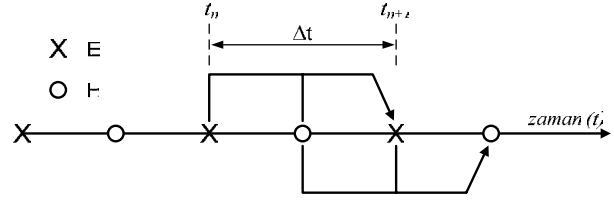
$$f_{c,TE} = \frac{c}{2\pi} \cdot \frac{k'_{nr}}{r}, \quad f_{c,TM} = \frac{c}{2\pi} \cdot \frac{k_{nr}}{r} \quad (1)$$

3. FDTD Simülasyonu

2 boyutlu FDTD simülasyonu için öncelikle modellenen yapının boyutlarına uygun bir problem uzayı seçilir. Şekil 2’den görüldüğü gibi yapı, birim Yee hücrelerinden oluşan çok sayıda ızgaraya bölünür. Kaynak olarak, darbe süresi maksimum frekansa göre ayarlanmış Gauss darbesi kullanılır. Gauss darbesi kılavuz içerisinde bir noktaya uygulanır ve gözlem noktası olarak seçilen başka bir noktadan ilgilenilen alan bileşeni değerleri simülasyon süresi boyunca kaydedilir. FDTD döngüsü içerisinde sınır şartları da dikkate alınarak elektrik ve manyetik alan bileşenleri Şekil 3’deki zaman akış diyagramına göre iteratif olarak hesaplanır. Simülasyon süresi, hızlı Fourier dönüşümünde yeterli frekans çözünürlüğünü sağlayacak kadar uzun tutulur. Zaman cevabının Fourier dönüşümü alınarak dairese dalga kılavuzunun frekans cevabı elde edilir.



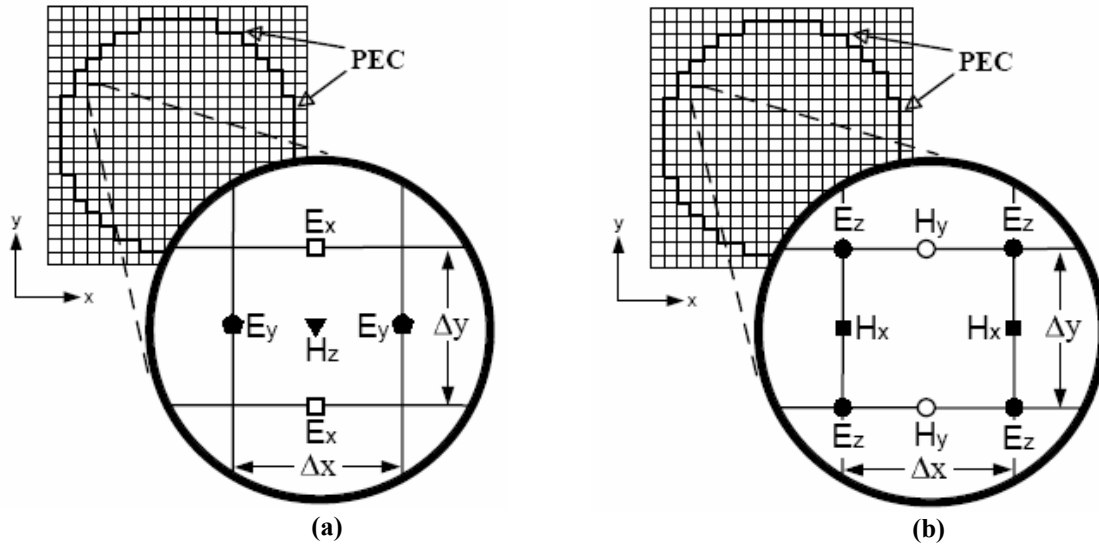
Şekil 2. FDTD problem uzayı



Şekil 3. FDTD zaman akış diyagramı

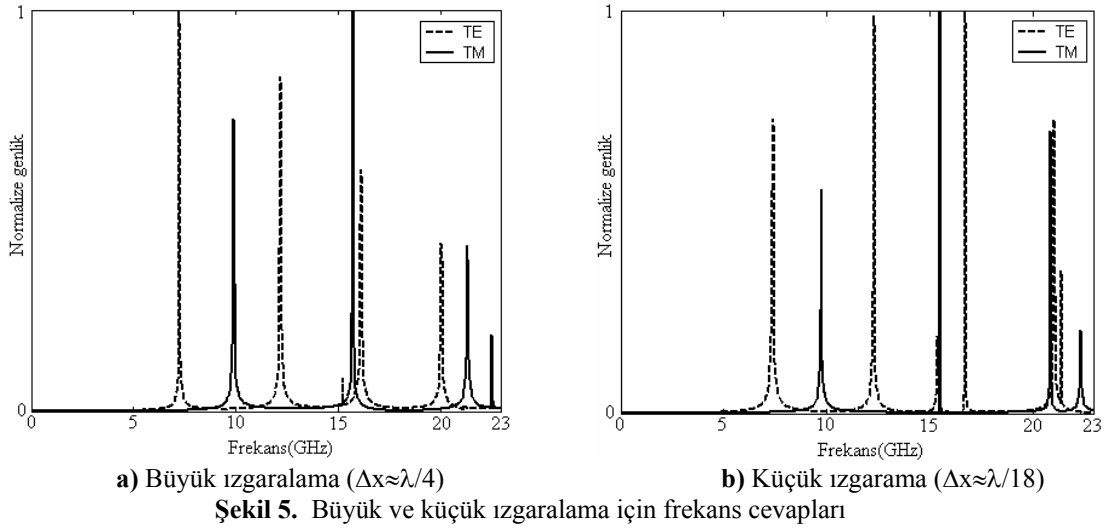
Bu çalışmada, yarıçapı 11.915mm olan WC-94 adlı dairesel dalga kılavuzunun 2 boyutlu modellemesi gerçekleştirilmiştir. Kılavuz, X bandında (8-12 GHz) kullanılmakta olup kılavuzun dominant modu 7.377 GHz frekanslı TE₁₁ modudur. Modelleme sırasında sayısal dispersiyona neden olmamak için hücre boyutu (Δx) ile en küçük dalga boyu arasındaki oranı uygun şekilde seçmek gerekir. Bu oran, problem uzayının tamamen büyük ızgaralara bölündüğü durumda da istenen şartı sağlamalıdır. Ayrıca, zaman adımı (Δt), Courant kararlılık şartı gereğince uygun şekilde seçilmelidir [4].

2 boyutlu modellemede alan bileşenlerinin yerleşimi TE ve TM modları için farklıdır. Bu durum şekil 4'de görülmektedir. Dairesel kılavuzun dış kenarlarında uygun sınır şartları tanımlayarak elektrik alanın teğetsel bileşenlerini sıfıra eşitlemek gerekir. Böylece kılavuzun dış duvarları mükemmel iletken tabaka (PEC) ile kaplanmış olur.



Şekil 4. a) TE modu bileşenleri
b) TM modu bileşenleri

Problem uzayının 20x20 hücreden oluştuğu büyük ızgaralama durumu için FDTD simülasyonuna ait parametreler şöyle seçilmiştir: Gauss darbesinin genişliği 66 ps, $\Delta x = \Delta y = 1.3238$ mm, $\Delta t = 2.206$ ps ve simülasyon süresi $10000\Delta t$. Şekil 5a'da TM ve TE modu için elde edilen frekans cevapları görülmektedir. Şekil 5b'de ise 80x80 hücreden oluşan küçük ızgaralama durumu için frekans cevapları görülmektedir. İkinci simülasyonda kullanılan parametreler şöyledir: $\Delta x = \Delta y = 0.3309$ mm, $\Delta t = 0.551$ ps ve simülasyon süresi $40000\Delta t$.



4. Sonuçlar

Tablo 1 ve 2’de FDTD simülasyonuna ait sonuçlar görülmektedir. Hücre boyutunun en küçük dalga boyunun yaklaşık 4’de birine eşit olduğu büyük ızgaralama durumunda FDTD sonuçları analitik sonuçlara yakın elde edilmiştir. Hücre boyutunun en küçük dalga boyunun yaklaşık 18’de birine eşit olduğu küçük ızgaralama durumunda ise dairenin eğrisel kısımları daha hassas modellendiğinden çok daha doğru sonuçlar elde etmek mümkün olmuştur. Örneğin, kılavuzun dominant modu olan TE_{11} modu için kesim frekansı büyük ızgaralama ile %1.7 hatalı hesaplanırken, küçük ızgaralama ile hata oranı %0.135 gibi düşük seviyelerde kalmıştır.

TE modları	k'_{nr}	Mod kesim frekansı (GHz) (Analitik)	Rezonans frekansı (GHz)	
			Büyük ızgaralama $\Delta x \approx \lambda/4$	Küçük ızgaralama $\Delta x \approx \lambda/18$
TE_{11}	1.841	7.377	7.251	7.387
TE_{21}	3.054	12.238	12.191	12.282
TE_{01}	3.832	15.355	15.228	15.364
TE_{31}	4.201	16.834	16.134	16.723
TE_{41}	5.317	21.306	20.032	21.029
TE_{12}	5.331	21.362	21.120	21.392

Tablo 1. TE modu için simülasyon sonuçları

TM modları	k_{nr}	Mod kesim frekansı (GHz) (Analitik)	Rezonans frekansı (GHz)	
			Büyük ızgaralama $\Delta x \approx \lambda/4$	Küçük ızgaralama $\Delta x \approx \lambda/18$
TM_{01}	2.405	9.637	9.880	9.744
TM_{11}	3.832	15.355	15.726	15.500
TM_{21}	5.136	20.581	21.301	20.848
TM_{02}	5.520	22.120	22.525	22.343

Tablo 2. TM modu için simülasyon sonuçları

Kaynaklar

- [1]. Epp L.W., Hoppe D.J. ve Kelley D.T., “A TE/TM modal solution for rectangular hard waveguides”, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 54(3), s.1048-1054, 2006.
- [2]. Denecker B., Olyslager F., Knockaert L. and Zutter D. D., “Generation of FDTD subcell equations by means of reduced order modeling”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 51(8), s.1806-1817, 2003.
- [3]. Inan U.S. ve Inan A.S., Electromagnetic Waves, Printice Hall, A.B.D., 2000.
- [4]. Taflove A., Computational Electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain Method, Boston, 1995.