

# KAYDIRILMIŞ FREKANSTA İÇ EŞDEĞERLİK (KFİE) KULLANILARAK ÇOKLU FREKANSTA ELEKTROMANYETİK SAÇILMA ANALİZİ

Ercüment Karapınar, Adnan Köksal\*  
KK.Tek.ve Prj.Ynt.D. Yüce-tepe,Ankara  
ekarapınar@kkk.tsk.mil.tr

\*Hacettepe Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Beytepe, Ankara  
koksals@hacettepe.edu.tr

**Özet:** Bu çalışmada, yeni bir yöntem olan Kaydırılmış Frekansta İç Eşdeğerlik (KFİE) İlkesi kullanılarak homojen olan ve olmayan iki boyutlu cisimlerden çoklu frekansta saçılma problemi incelenmiştir. Saçılma probleminin çözümünde kullanılan Momentler Yönteminde, her farklı frekansta ayrı çözümleme zorunluluğundan bilgisayar zamanı artmaktadır. KFİE tekniği belirli banttaki her frekansta empedans matrisinin yeniden hesaplanma ihtiyacını ortadan kaldırmaktadır. Literatürdeki değişik problemlerin Momentler Yöntemi çözümü, KFİE İlkesi çözüm sonuçlarıyla karşılaştırılarak, elde edilen sonuçların doğrulukları gözlenmiştir. Bu teknik ile çeşitli yapıların analizi başarı ile yapılabilmekte, bulunan akım değerleri ile radar kesit alanı ve uzak alan değerleri daha az bilgisayar zamanı kullanılarak geniş bir frekans bandında doğrulukla hesaplanabilmektedir.

## 1. Giriş

Saçılma problemlerinin çözülmesi geniş kullanım sahasına hitap etmesi sebebiyle, hakkında birçok araştırma yapılmıştır. Bu çalışmada, yeni bir yöntem olan, Kaydırılmış Frekansta İç Eşdeğerlik (KFİE) İlkesi [1,2] kullanılarak homojen olan ve olmayan iki boyutlu cisimlerden saçılma problemi incelenmiştir. KFİE tekniğinde belli bant genişliğinde empedans matrisinin yeniden hesaplanmasına ihtiyaç kalmamakta, bilgisayar zamanından büyük tasarruf sağlamakta ve çeşitli yapıların geniş bir frekans bandında analizi başarı ile gerçekleştirilebilmektedir.

## 2. Teori

KFİE tekniği ile çözümleme yapılırken orijinal problemin iç eşdeğerliği oluşturulur. Orijinal problem kayıpsız, homojen olan/olmayan V hacimli uzayı ve bu V hacmi içinde  $\omega$  frekansında yayılım yapan kaynakları içermektedir. Eş değer problem ise, V hacmi içindeki ve bu hacmi sınırlayan S yüzeyindeki kaynakları içermektedir. İç eşdeğerlik kaynakları orijinal problemdeki kaynakların frekansından farklı olan, kaydırılmış başka bir  $\omega_0$  frekansında yayılım yaparak iç eşdeğer alanlarını oluştururlar. Hacim ve yüzey eşdeğer akım kaynakları (1) denklem grubunda gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\omega_0}^v &= \mathbf{j}(\omega\varepsilon - \omega_0\varepsilon_0)\mathbf{E}_{\omega} \\ \mathbf{M}_{\omega_0}^v &= \mathbf{j}(\omega\mu - \omega_0\mu_0)\mathbf{H}_{\omega} \\ \mathbf{J}_{\omega_0}^s &= -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_{\omega} \\ \mathbf{M}_{\omega_0}^s &= \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_{\omega} \end{aligned} \quad (1)^*$$

KFİE tekniğindeki yeniliği, tanımlanan söz konusu hacim ve yüzey elektrik ve manyetik akım kaynakları oluşturmaktadır. İntegral denklemler (1)'deki kaynakların (2) denklemlerine uygulanması ile oluşturulur.

**Eşdeğerlik;** iç eşdeğerlik ilkesine dayanarak hesaplanan iç hacmindeki toplam alanın  $(\mathbf{E}_{r\omega_0}, \mathbf{H}_{r\omega_0})$ , orijinal problemdeki alana  $(\mathbf{E}_{\omega}, \mathbf{H}_{\omega})$  denk olmasıdır

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{r\omega_0}(\mathbf{J}_{\omega_0}^v, \mathbf{M}_{\omega_0}^v, \mathbf{J}_{\omega_0}^s, \mathbf{M}_{\omega_0}^s) &= \mathbf{E}_{\omega} \\ \mathbf{H}_{r\omega_0}(\mathbf{J}_{\omega_0}^v, \mathbf{M}_{\omega_0}^v, \mathbf{J}_{\omega_0}^s, \mathbf{M}_{\omega_0}^s) &= \mathbf{H}_{\omega} \end{aligned} \quad (2)$$

Dış alanlar ile iç alanların teğet bileşenlerinin eşitliği (3) denklemi ile garanti edilir.

(\* Not :V üst simgesi hacim içi kaynak, S üst simgesi yüzey üzerindeki kaynak olduğunu gösterir;  $\hat{\mathbf{n}}$  yönü yüzeyin dışına doğru seçilmiştir.)

$$\begin{aligned}
E_{r\omega_0}(-J_{\omega_0}^s, -M_{\omega_0}^s)_{\tan} + E_{\omega_{\tan}}^i &= E_{r\omega_0}(J_{\omega_0}^v, M_{\omega_0}^v, J_{\omega_0}^s, M_{\omega_0}^s)_{\tan} \\
H_{r\omega_0}(-J_{\omega_0}^s, -M_{\omega_0}^s)_{\tan} + H_{\omega_{\tan}}^i &= H_{r\omega_0}(J_{\omega_0}^v, M_{\omega_0}^v, J_{\omega_0}^s, M_{\omega_0}^s)_{\tan}
\end{aligned}
\quad (3)$$

### 3. Analiz Yöntemi

Literatürden seçilmiş problemler öncelikle Momentler Yöntemi (MY) ile çözümlenmiştir. Aynı problemler daha sonra KFİE tekniğinde (2) ve (3) denklem seti ile yeniden çözülmüş ve sonuçlar MY sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Literatürde üçgen alanlara bölümlenmenin karelere göre daha iyi sonuçlar verdiği belirtilmiş olduğundan üçgenler tercih edilmiştir. Çözümde darbe ile açılım ve nokta uyumlama yöntemi kullanılmıştır. Uyumlama noktası olarak iç hacimdeki yüzey alanlar için üçgenin geometrik orta noktası, kenar etkileşimleri için kenardaki üçgenlerin dış kenar orta noktaları seçilmiştir. Geometrinin bölmelenmesinde, maksimum frekanstaki minimum üçgen sayısı  $200/\lambda_d^2$  ( $\lambda_d$ , dielektrik dalga boyu) olacak şekilde düzenlenmiştir. KFİE tekniğinin uygulandığı nümerik çözümün, artan üçgen bölümlenme sayısı ile yakınsama ve MY çözümüne göre hata oranının değişimi incelenmiştir.

Saçılma problemlerinin standart yöntemler ile çözümünde, farklı frekanslar için çözümün tekrarı gerekmektedir. KFİE tekniğinde ise, empedans matrisi kaydırılmış  $\omega_0$  frekansında bir defa hesaplanmakta ve sabit olan frekans değerleri elde edilen matris ile çarpılarak sonuçlar bulunmaktadır.

### 4. Sonuçlar ve Tartışma

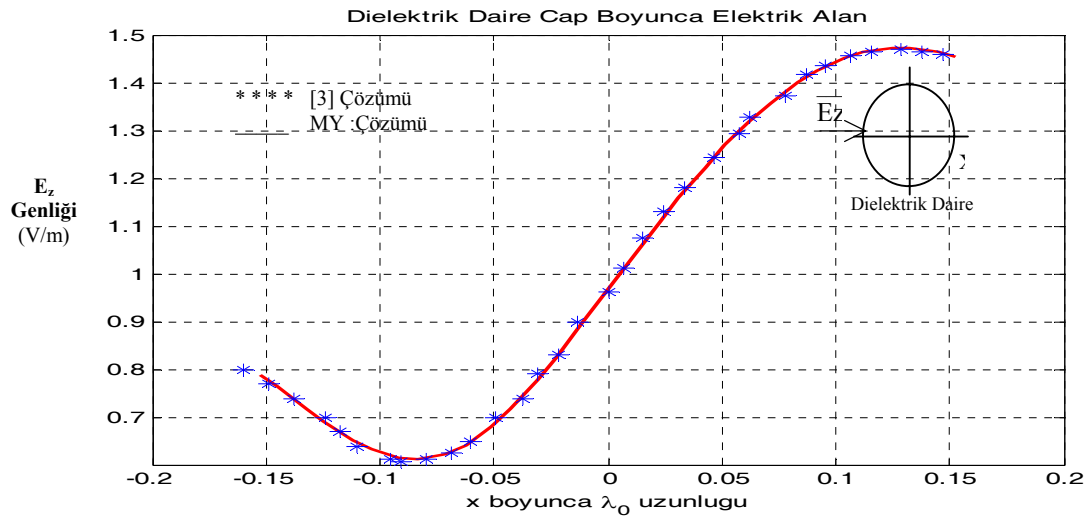
MY ile mukayesede ilk olarak TM düzlem dalganın, çevre uzunluğu  $1.0\lambda_0$ ,  $\epsilon_r=2.56$  olan, dielektrik dairenin çapı boyunca oluşturulduğu elektrik alan dağılımı hesaplanarak, bulunan sonuçların [3] sayfa 64, şekil 2.14 ile karşılaştırılması Şekil 1’de gösterilmiştir. İkinci MY örneği olarak çevresi  $5\lambda_0$ , yarı çapı  $= 5/2\pi$ ,  $\epsilon_r=4$ ,  $\mu_r=2$  olan dielektrik dairenin yüzeyinde oluşan, [4] sayfa 515, şekil 5.11’de verilen elektrik akım dağılımı ve şekil 5.12’deki manyetik akım dağılımı ile karşılaştırması Şekil 2(a) ve 2(b)’de gösterilmiştir. Şekil 1 ve 2’de görüldüğü gibi KFİE kıyaslaması için kullanılan MY kodu doğru sonuçlar vermektedir.

KFİE tekniğinin uygulandığı nümerik çözümün değişik geometriler için artan üçgen bölümlenme sayısı ile yakınsama durumu incelenmiş ve elde edilen sonuçlar Şekil 3’te verilmiştir.

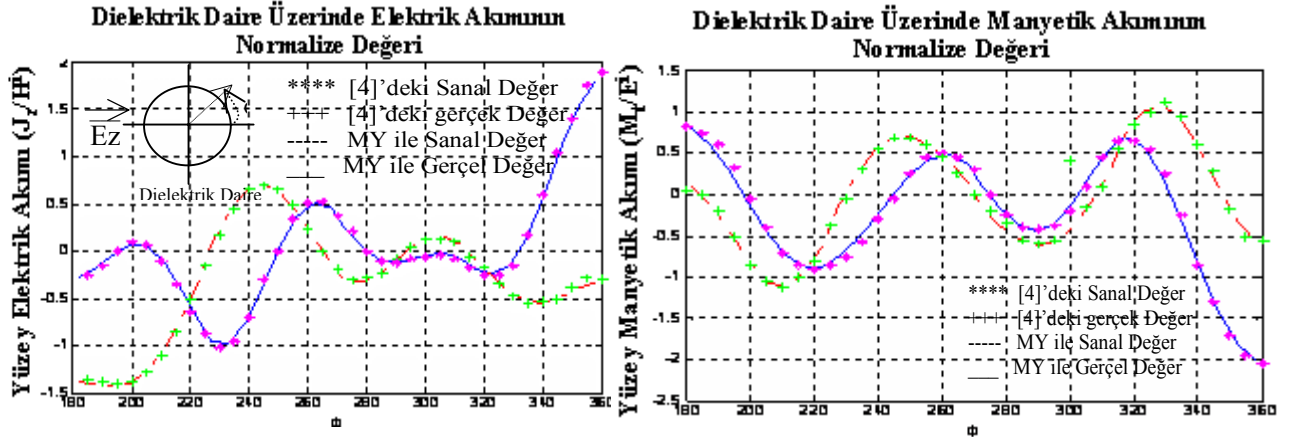
KFİE çözümleri daha sonra homojen olmayan değişik geometrilere uygulanmış ve elde edilen sonuçlar Şekil 4’te listelenmiştir. Bu teknik ile çeşitli yapıların geniş bir frekans bandında analizi başarı ile gerçekleştirilmiştir.

### Kaynaklar

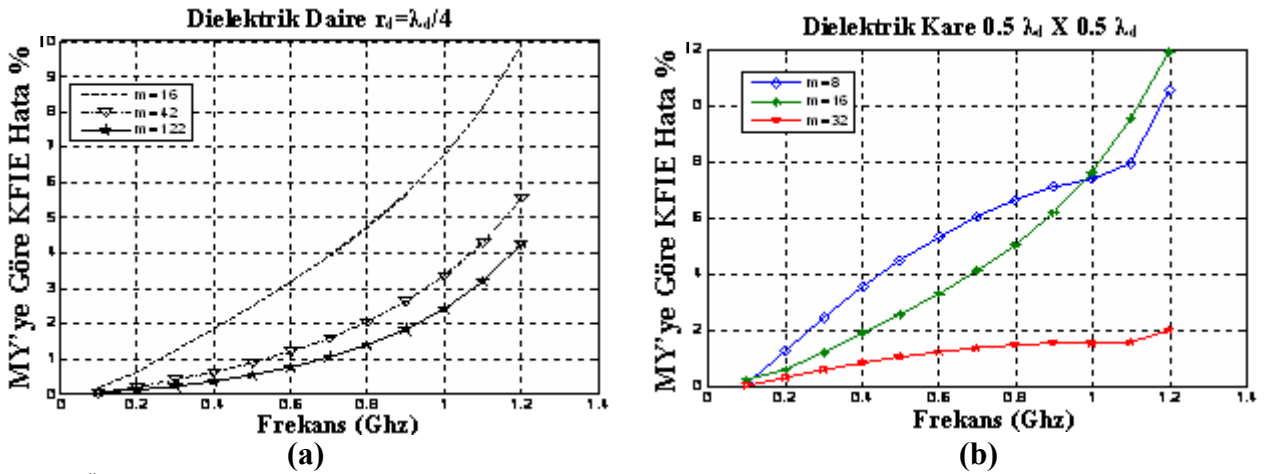
- [1] A.Köksal, “*Shifted-Frequency Internal Equivalence*,” IEEE Trans.M.T.T., vol. 46, pp. 76-81, Ocak 1998.
- [2] A.Köksal, “*Multifrequency Formulation for Electromagnetic Scattering Using Shifted –Frequency Internal Equivalence*,” IEEE Trans. M.T.T., vol.47, pp, 150-155. Şubat 1999.
- [3] A.F.Peterson, “*Computational Methods for Electromagnetics*,” IEEE Computer Society Press, Aralık 1997.
- [4] K.Umashankar, “*Computational Electromagnetics*,” Artech Hous, Aralık 1993.



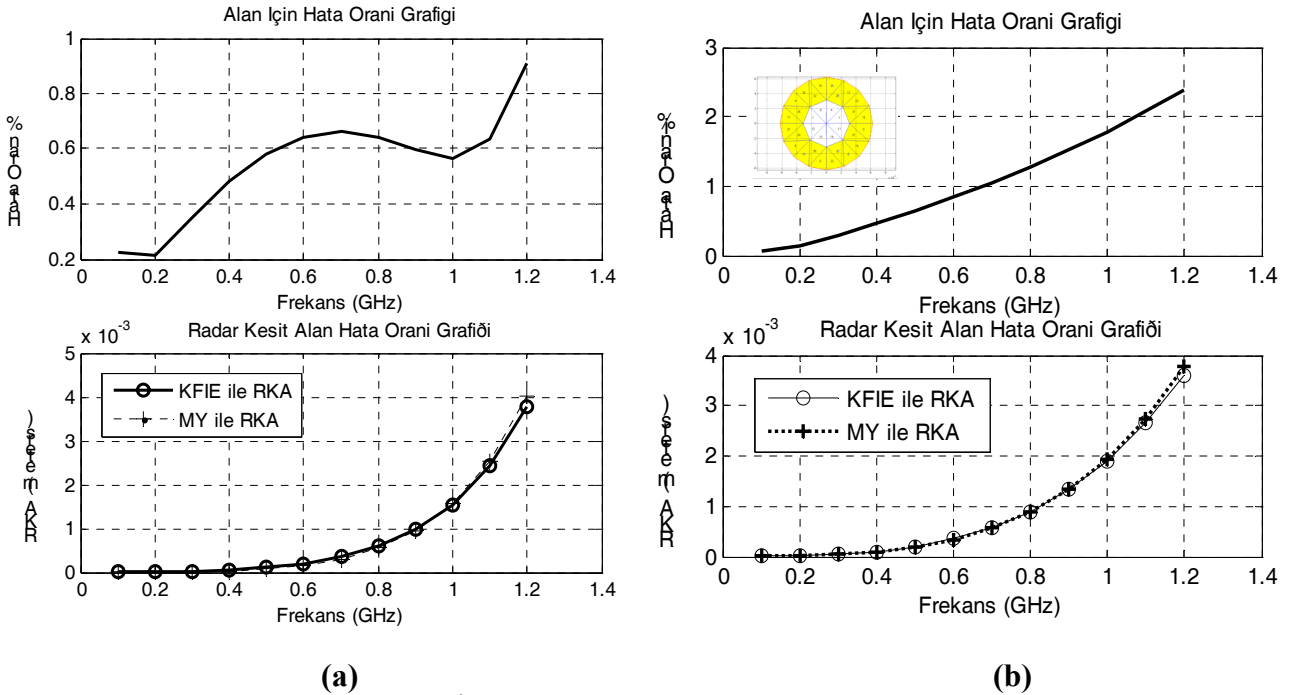
Şekil 1. Dielektrik dairenin çapı boyunca elektrik alan dağılımı.



Şekil 2. Dielektrik Daire üzerinde Akım dağılımı ( $\varphi_i = 180^\circ$ ) (a) [2], s:515, fig.5.11 ile mukayese (b) [2], s:516, fig.5.1 ile mukayese



Şekil 3. Üçgen bölümlene artışına göre MY çözümüne göre hata değişimi ( $\epsilon_r = 4, \mu_r = 1$  m=üçgen miktarı). (a) Çeyrek dalga boyu dielektrik yarı çaplı daire, (b) Yarım dielektrik dalga boyu kare.



Şekil 4. Homojen olmayan geometri için KFİE uygulamaları (a)  $0.5\lambda_d \times 0.5\lambda_d$  Boyutta, Dielektrik Kare  $\epsilon_r$  değeri 1 ile 10,  $\mu_r$  ise 1 ile 10 arasında lineer olarak değişmektedir. (b) İç kısım  $\epsilon_r = 10$ , dış kısım  $\epsilon_r = 5$  olan, yarı çapı  $0.2\lambda_d$  dielektrik daire.