

Durağan Olmayan Gezgin İletişim Kanallarında LMS, RLS ve SMI Adaptif Algoritmalarının Başarımlarının Karşılaştırılması

A. Şafak*, M. İrez
Başkent Üniversitesi

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

* Tel: (0312) 2341010/1303 Fax: (0312) 2341051 E-posta: asafak@baskent.edu.tr

Özet: Adaptif anten sistemleri adaptif algoritmalar kullanarak ağırlık katsayılarını değiştirir, istenilen işaret yönünde demet kazancını maksimum yapar ve anten sıfırlarını girişim ve gürültü sinyalleri doğrultularına yaklaştırarak SNR ve SIR değerlerinin uygun sınırlarda kalmasını sağlar. Bu çalışmada durağan olmayan kanallarda LMS, RLS ve SMI algoritmalarını kullanan adaptif antenlerin sinyal izleme başarımları incelenmiş, çeşitli karşılaştırmalar yapılmıştır. Yapılan çalışmalarda yüksek kanal değişim hızlarında LMS ve RLS algoritmalarının büyük izleme kaybına uğradıkları, SMI algoritmasının duyarlı ve hızlı şekilde katsayıları ayarlayarak istenen sinyali izlediği gözlenmiştir.

1. Giriş

Adaptif antenler, istenen sinyal üzerinde çok yönlü sönümlemenin bozucu etkisini yok edip, girişim sinyallerini bastırarak gezgin iletişim sistemlerinin başarımlarını ve kapasitesini maksimum yaparlar. Kanal özelliklerinin hızlı değiştiği ortamlarda adaptif algoritmaların SINR oranını maksimum yapacak olan katsayıları çok hızlı ve duyarlı olarak hesaplaması gerekmektedir. Daha önceki teorik ve simülasyon çalışmalarında başarımlar ve kapasite hesaplarında çoğunlukla kanal değişim hızının düşük olduğu kabul edilmiştir [1-4]. Hesaplamaların yüksek hızlı sistemler için yapılması büyük önem taşımaktadır. Bu çalışmada durağan olmayan gezgin iletişim kanallarında LMS, RLS ve SMI adaptif algoritmalarının başarımları karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, hızlı değişen kanallarda LMS ve RLS algoritmalarının önemli ölçüde izleme kaybına uğradığını, SMI algoritmasının sinyal izlemede oldukça başarılı olduğunu göstermektedir.

2. LMS, RLS ve SMI Algoritmalarının Başarımı

LMS Algoritması: Ağırlık katsayılarının LMS algoritması ile yenilenmesi şu şekilde tanımlanmaktadır.

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{w}^H(n)\mathbf{x}(n), \quad \boldsymbol{\varepsilon}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{y}(n), \quad \mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu\mathbf{x}(n)\boldsymbol{\varepsilon}^*(n) \quad (1)$$

Burada, n örnek alma anı indis değerlerini ve LMS iterasyon adımını, μ iterasyon yakınsama hızını kontrol eden adım büyüklüğünü, $\mathbf{d}(n)$ algoritmanın referans işaretini gösterir.

RLS Algoritması:

$$\mathbf{k}(n) = \frac{\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)\mathbf{u}(n)}{1 + \lambda^{-1}\mathbf{u}^H(n)\mathbf{P}(n-1)\mathbf{u}(n)} \quad (2)$$
$$\boldsymbol{\xi}(n) = \mathbf{d}(n) - \hat{\mathbf{w}}^H(n-1)\mathbf{u}(n)$$
$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{k}(n)\boldsymbol{\xi}^*(n)$$
$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1) - \lambda^{-1}\mathbf{k}(n)\mathbf{u}^H(n)\mathbf{P}(n-1)$$

Burada, $\mathbf{k}(n)$ kazanç vektörünü, $\mathbf{P}(n)$ tap giriş vektörünün ilinti matrisinin tersini, $\boldsymbol{\xi}(n)$ hatayı, $\mathbf{d}(n)$ n inci zamandaki istenen yanıtı, $\hat{\mathbf{w}}(n)$ ağırlık vektörünü, δ pozitif sabit bir sayıyı gösterir.

SMI Algoritması:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)], \quad \mathbf{r} = E[\mathbf{d}(t)\mathbf{x}(t)], \quad \mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{r} \quad (3)$$

Burada, \mathbf{R} kovaryans matrisini, \mathbf{r} ilinti matrisini, \mathbf{w} ağırlık vektörünü gösterir.

3. Adaptif Anten Sistemlerinin Başarımı

i. Bağımsız Kestirim İçin BER: $P_e(\gamma) = \frac{1}{2} \exp(-a\gamma) \quad a=1, \text{ DPSK}; a=0.5, \text{ NCFSK} \quad (4)$

Ortalama bit hata olasılığı: $P_e = \int_0^{\infty} P_e(\gamma) p(\gamma) d\gamma, \quad \Psi_\gamma(z) = \int_0^{\infty} p(\gamma) \exp(-z\gamma) d\gamma \quad (5)$

Bağdaşısız kestirim için ortalama BER: $P_e = \frac{1}{2} \Psi_{\gamma}(z)|_{z=a} = 0.5 \times \prod_{i=1}^M \frac{\exp\left(\frac{-K |t_i|^2 a A_i}{1 + a A_i}\right)}{(1 + a A_i)}$

$$A_i = \frac{a\gamma(1+N\gamma_u)}{(1+K)(1+E(\alpha_i)\gamma_u)}, \gamma = \frac{\gamma_d}{1+N\gamma_u}, \gamma_u = \frac{P_{ou}}{N_0}, \gamma_d = \frac{P_{od}}{N_0} \quad (6)$$

ii. Bağdaşımli Kestirim İçin BER: $P_e(\gamma) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{a\gamma})$ a=1, BPSK; a = 0.5, BFSK (7)

Ortalama BER:
$$P_e = \frac{\sqrt{a}}{2\pi} \int_a^{\infty} \frac{1}{z\sqrt{z-a}} \prod_{i=1}^M \frac{\exp\left(\frac{-K |t_i|^2 z R_i}{1 + z R_i}\right)}{1 + z R_i} dz \quad (8)$$

Rician sönümlü ve ilintili gölgelenmeli kanallarda ikili sinyallerin bağdaşısız kestirimi için BER:

$$BER = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} P_e p(P_{od}, P_{ou}) dP_{od} dP_{ou} \quad (9)$$

$$BER = \prod_{i=1}^M \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(\frac{-K |t_i|^2 a R_i}{1 + a R_i}\right)}{1 + a R_i} e^{-x^2} dx \quad (10)$$

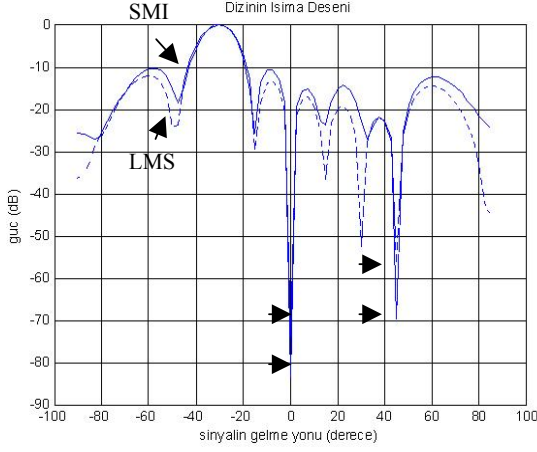
$$\Gamma_u = \frac{P_{od}}{P_{ou}} = \exp\left(\sqrt{2(\sigma_d^2 + \sigma_u^2 - 2\rho\sigma_d\sigma_u)} x + m_d - m_u\right) R_u^a \left(\frac{g+R_u}{g+1}\right)^b \quad (11)$$

4. Sonuçlar

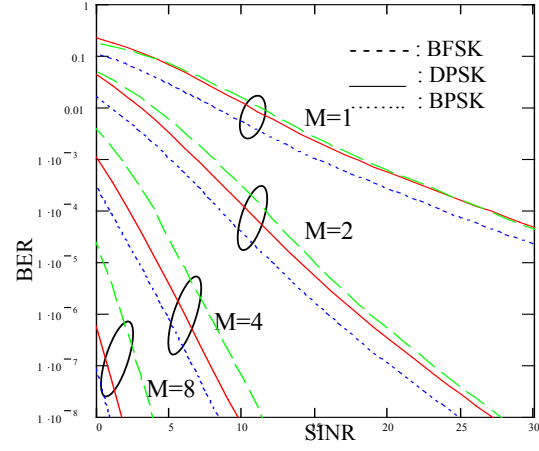
Şekil-1’de, 0° ve 45° ye yerleştirilmiş iki girişimci için; istenen sinyalin gelme yönü -30° alınarak, 8 elemanlı, doğrusal dizilimli adaptif anten dizisinde, LMS ve SMI algoritmalarıyla girişimcilerin bastırılması karşılaştırılmıştır. SMI algoritmasının girişimcileri daha iyi bastırdığı gözlenmiştir. Şekil-2’de Ricean sönümlü ortamda (K=6 dB) N=1 girişimci ve M=1, 2, 4, 8 anten elemanı için BER üzerinde modülasyonun etkisi incelenmiştir. Dizi eleman sayısının artması ile BER’in düştüğü gözlenmiştir. Bağdaşımli modülasyonun bağdaşısız modülasyondan daha iyi başarımla sergilediği gözlenmiştir. Şekil-3’de LMS algoritması için BER üzerinde evreyum zamanı T_c ve adım büyüklüğü μ’nun etkisi görülmektedir. Şekil-3’de görüldüğü gibi yavaş sönümlü kanallarda (T_c = 1000 ve 2000 sembol periyodu) LMS algoritmasının başarılı olduğu gözlenmiştir. Hızlı sönümlü kanallarda (T_c = 25 ve 50 sembol periyodu) algoritmanın başarısız olduğu gözlenmiştir. RLS algoritması için de benzer sonuçlar elde edilmiştir. Şekil-4’de 8 elemanlı anten dizisinde SNR=10 dB, SIR=-20 dB için LMS, RLS, SMI algoritmalarının karşılaştırılması yapılmıştır. SMI algoritmasının en iyi başarımla sağladığı gözlenmiştir. Şekil-5’de 8 elemanlı anten dizisinde LMS algoritması üzerinde SNR ve adım büyüklüğü μ’nun etkisi incelenmiştir. μ’nun büyük değerlerinde, LMS algoritması daha hızlı yakınsamaktadır. Buna karşılık olarak μ’nun artması ile MSE değeri artmaktadır. Şekil-6’da 8 elemanlı anten dizisinde RLS algoritması üzerinde SNR ve unutma katsayısı λ’nın etkisi incelenmiştir. λ’nın değerleri küçüldükçe MSE değeri artmaktadır. Şekil-5 ve 6 karşılaştırıldığında SNR’nin artmasıyla MSE’nin düştüğü dolayısıyla sistemin başarımlarının arttığı gözlenmiştir.

Kaynaklar

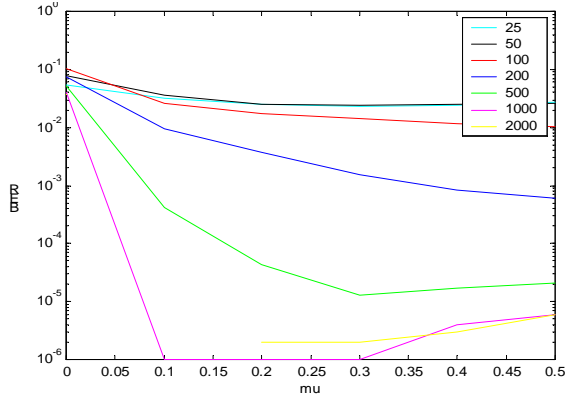
- [1] Winters J.H., “Signal Acquisition and Tracking with Adaptive Arrays in the Digital Mobile Radio System IS-54 with Flat Fading”, IEEE Trans.Vehic.Tech. vol.42, s.377-384, Kasım 1993.
- [2] Valentine A.Aalo ve J. Zhang, “Performance of Antenna Array Systems with Optimum Combining in a Rayleigh Fading Environment”, IEEE Comm. Letters, vol.4, no.4, s.125-127, Nisan 2000.
- [3] Tien D. Pham ve Keith G. Balmain, “Multipath Performance of Adaptive Antennas with Multiple Interferers and Correlated Fading”, IEEE Trans.Vehic.Tech. vol.48, no.2, s.342-352, Mart 1999.
- [4] J.Salz ve J.H.Winters, “Effect of Fading Correlation on Adaptive Arrays in Digital Mobile Radio”, IEEE Trans.Vehic.Tech. vol.43, no.4, s.1049-1057, Kasım 1994.



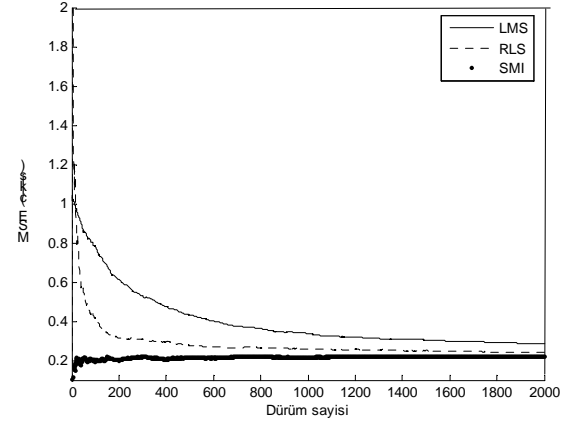
Şekil-1 8 elemanlı, doğrusal dizimli anten dizisinde, LMS ve SMI algoritmalarıyla 2 girişimcinin bastırılması. Girişim sinyallerinin gelme yönleri: 0° ve 45° . İstenen sinyalin gelme yönü: -30° .



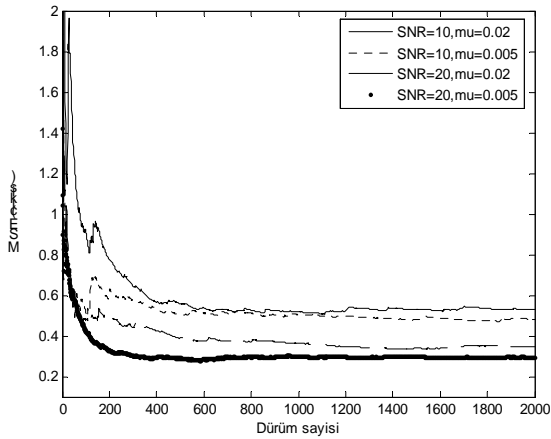
Şekil-2 Rician sönümlü ortamda ($K=6\text{dB}$), $N=1$ girişimci ve $M = 1,2,4,8$ anten elemanı için, BFSK, DPSK ve BPSK modülasyonlarının BER üzerindeki etkisi.



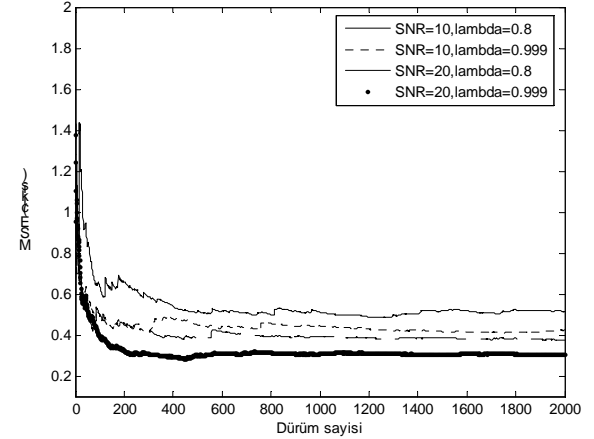
Şekil-3 LMS algoritması için BER'in μ 'ye göre değişimi. Evreyum zamanı $T_c=25, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000$ (yukarıdan aşağıya doğru) alınmıştır.



Şekil-4 8 Elemanlı anten dizisinde $\text{SNR}=10\text{dB}$, $\text{SIR}=-20\text{dB}$ için LMS, RLS, SMI algoritmalarının karşılaştırılması



Şekil-5 8 elemanlı anten dizisinde LMS algoritması üzerinde SNR ve adım büyüklüğü μ 'nin etkisi



Şekil-6 8 elemanlı anten dizisinde RLS algoritması üzerinde SNR ve unutmada katsayısı λ 'nın etkisi