

Debye Türü Dispersif Dielektrik Malzeme ile Kısmen Doldurulmuş Dikdörtgen Kesitli Rezonatörlerde TM_z Modlarının Zaman-Frekans Analizleri

Erkul Başaran, Hüseyin A. Serim, Serkan Aksoy
Elektronik Mühendisliği Bölümü
Mühendislik Fakültesi
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, 41400, Gebze, Kocaeli
erkul@gyte.edu.tr, haserim@gyte.edu.tr, saksoy@gyte.edu.tr

Özet: Bu çalışmada Debye türü dispersif dielektrik malzeme ile kısmen doldurulmuş mükemmel iletken duvarlara sahip kubik bir rezonatörde (kavite), z yönünde elektrik bir dipol ile uyarılmış TM_{110} modunun zaman-frekans analizi yapılmıştır. Kısmen Debye türü dispersif dielektrik malzeme ile doldurulmuş rezonatör içerisindeki elektromagnetik alanlar klasik Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF)¹ yöntemi kullanılarak incelenemeyeceğinden, Frekans Bağımlı Zaman Uzayında Sonlu Farklar (FBZUSF)² yöntemi kullanılarak sayısal (nümerik) olarak elde edilmiştir. Boş ve kısmen Debye türü dispersif malzeme ile dolu rezonatör için zamana bağlı elde edilen elektrik alanın değişimi üzerinde Kısa Zaman Fourier Dönüşümü (KZFD)³ uygulanarak zaman-frekans uzayı incelemesi yapılmıştır. İncelenen problem malzemelerin dielektrik sabitlerinin ölçülmesi, mikrodalga fırın modelleme ve tam yansımali odalarda elektromagnetik uyumluluk bağışıklık testleri v.b. uygulamalarda malzemelerin alan dağılımına etkisinin anlaşılması bakımından önemlidir.

1. Giriş

Elektromagnetik teoride mod kavramı elektromagnetik olayların doğası hakkında sistematik bilgi edinmek ve elektromagnetik bir sistemin çalışma prensibinin iyi anlaşılması bakımından önemlidir. Mod kavramı öncelikle rezonatörler (kavite), daha sonra dalga kılavuzları kapsamında, mod uyumluluğu v.b. teknikler kullanılarak elektromagnetik problemlerin çözümünde yoğun olarak kullanılmaktadır. Bu nedenle mod teorisinin temel problemi olan rezonatör (kavite) probleminin anlaşılması mod teorisinin uygulanması bakımından önem taşır. Klasik yaklaşımda, kavite problemlerinin mod teorisi kapsamında incelenmesi frekans uzayında kaynaklı (sağ-yansız) olarak Helmholtz denkleminin değişken dönüşümü ile çözülmesi prensibine dayanmaktadır. Bu çözümün sonucu olarak rezonatörün geometrik yapı bilgisini içeren öz değerler elde edilerek, rezonatörün destekleyebileceği ve kavite doğal modları olarak bilinen elektrik ve magnetik alanlar aşağıdaki gibi

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} e_n(\omega) \vec{E}_n(\vec{r}) \quad , \quad \vec{H}(\vec{r}, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n(\omega) \vec{H}_n(\vec{r}) \quad (1.1)$$

sonsuz tane modun toplamı biçimde verilir. Burada $n = (p, q, s)$ numaralı mod için $e_n(\omega)$ ve $h_n(\omega)$ frekansa bağlı katsayıları, \vec{r} konum vektörü olmak üzere $\vec{E}_n(\vec{r})$ ve $\vec{H}_n(\vec{r})$ konuma bağlı elektrik ve magnetik alan büyüklüklerini gösterir. Bahsedilen hesap tekniğinde üç temel zafiyet göze çarpmaktadır. Bunların birincisi, kaynaklı olarak Helmholtz denkleminin çözülmesi, ikincisi alanların zamana monokromatik olarak bağımlı kabul edilmelerine dayanarak elde edilen Helmholtz denkleminin çözümlerinin nedensellik (causality) prensibini sağlamaması ve son olarak yine zamana monokromatik olarak bağımlı kabul nedeni ile Helmholtz denkleminin çözümlerinin sonlu enerjiye (finite energy) sahip olma prensibini sağlamamasıdır. Bu üç temel zorlukla birlikte, bahsedilen frekans uzayı mod çözümlerinin analitik olarak sadece boş ya da basit dielektrik malzeme ile tamamen doldurulmuş rezonatör için elde edilebilmiş olması, malzemelerin dielektrik sabitlerinin ölçülmesi, mikrodalga fırın modellenmesi, tam yansımali odalarda (reverberation chamber) elektromagnetik uyumluluk bağışıklık testleri v.b. uygulamaların elektromagnetik karakterinin anlaşılması bakımından zorluklara neden olmaktadır. Bu çalışmada bahsedilen zorlukların üstesinden nümerik bir yöntem olan Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi ile gelinmiştir. Ayrıca problem daha gerçekçi olarak, kısmen doldurulmuş malzemenin Debye türü dispersif bir karakter içermesi durumunda ele alınarak Frekans Bağımlı Zaman Uzayında Sonlu Farklar (FBZUSF) yöntemi ile çözülmüştür. Zamana bağlı olarak elde edilen elektrik alan bileşenleri kullanılarak, elektromagnetik alanların zaman-frekans analizleri Kısa Zaman Fourier Dönüşümü (KZFD) kapsamında incelenmiştir.

¹ ZUSF : FDTD (Finite Difference Time Domain)

² FBZUSF : FD²TD (Frequency Dependent Finite Difference Time Domain)

³ KZFD : STFT (Short Time Fourier Transform)

2. FBZUSF Yöntemi

Zaman Uzayında Sonlu Farklar yöntemi yansıma, saçılma v.b. çeşitli elektromagnetik problemlerin zaman uzayında çözümünü nümerik olarak sağlayan ve yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir [1]. Klasik ZUSF yöntemi Maxwell denklemlerindeki zamana ve konuma bağlı türevlerin merkezi farklar biçiminde yazılması prensibine dayanır. Bu çalışmada rezonatörün kısmen doldurulduğu Debye türü dielektrik malzemenin dispersif özellik göstermesi nedeni ile klasik ZUSF yöntemi problemin çözümünde yetersiz kalmaktadır. Bunun temel nedeni klasik ZUSF yönteminin dielektrik ve magnetik geçirgenlikleri ile elektrik iletkenliği sabit sayılar olan basit ortamlar için elektromagnetik problemleri çözebilme yeteneğidir. Bu kapsamda klasik ZUSF yönteminin dielektrik geçirgenliği, $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau_0} = \varepsilon_\infty + \chi(\omega) \quad (1.2)$$

olan Debye türü dispersif ortamlarda elektromagnetik dalga yayılımı problemi çözmesi tek bir çalıştırma (*single-run*) için mümkün değildir. (1.2) denkleminde ε_∞ sonsuz yüksek frekanslarda malzemenin dielektrik sabitini, ε_s statik durumda malzemenin dielektrik sabitini, τ_0 malzemenin gevşeme zamanını (*relaxation time*), ω ise açılmal çalışma frekansını gösterir. Klasik ZUSF bakımından bu zorluğun üstesinden gelmek için Frekans Bağımlı Zaman Uzayında Sonlu Farklar (**FBZUSF**) yöntemi kullanılmıştır. Buna göre dielektrik geçirgenliği frekansın fonksiyonu olan dispersif bir ortamda yer değiştirme vektörü için bünye bağıntısı $\vec{D}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon(\omega)\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ olarak ele alınarak, bu bağıntıya zamanda ters Fourier dönüşümü uygulanırsa

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \vec{E}(\vec{r}, t) + \varepsilon_0 \int_0^t \vec{E}(\vec{r}, t - \tau) \chi(\tau) d\tau \quad (1.3)$$

elde edilir. Ek olarak frekans uzayında verilen (1.2) denkleminde zamanda ters Fourier dönüşümü uygulanırsa, Debye türü malzemeler için, zamana bağlı alınganlık fonksiyonunu (*susceptibility function*)

$$\chi(t) = \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\tau_0} \right) e^{-\frac{t}{\tau_0}} u(t) \quad (1.4)$$

halini alır. Burada $u(t)$ birim basamak fonksiyonudur. Bu bilgiler ışığın **FBZUSF** algoritması elektrik alanın her bir zaman adımında sabit sayı olduğu varsayımı altında $n\Delta t$ ve $(n+1)\Delta t$ zamanlarında (1.3) denklemi

$$\vec{D}^n = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \vec{E}^n + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^{n-1} \vec{E}^{n-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau, \quad \vec{D}^{n+1} = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \vec{E}^{n+1} + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^n \vec{E}^{n+1-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \quad (1.5)$$

olarak yazılır. Buradan $(\vec{D}^{n+1} - \vec{D}^n) / \Delta t$ sayısal türevi kullanılarak, örneğin elektrik alanın x bileşeni için güncelleştirme denklemi aşağıdaki gibi bulunur [2].

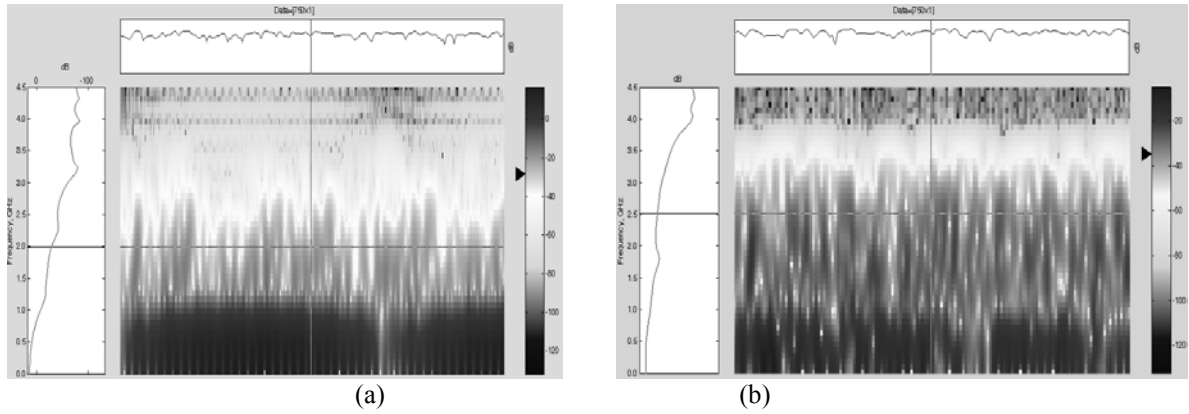
$$E_x|_{i+1/2, j, k}^{n+1} = \frac{1}{\varepsilon_\infty + \chi^0} \left[\varepsilon_\infty E_x|_{i+1/2, j, k}^n + \sum_{m=0}^{n-1} E_x|_{i+1/2, j, k}^{n-m} \left(\int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau - \int_{(m+1)\Delta t}^{(m+2)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \right) \right] + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 (\varepsilon_\infty + \chi^0)} \left[\frac{(H_z|_{i+1/2, j+1/2, k}^{n+1/2} - H_z|_{i+1/2, j-1/2, k}^{n+1/2})}{\Delta y} - \frac{(H_y|_{i+1/2, j, k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{i+1/2, j, k-1/2}^{n+1/2})}{\Delta z} \right] \quad (1.6)$$

3. Sayısal Örnek

Mükemmel iletken duvarlara sahip kübik bir rezonatör, dikdörtgen kesitli ve kübik şekilli Debye türü dispersif bir dielektrik malzeme ile kısmen doldurulmuştur. Bu rezonatörde TM_{110} modunun uyarılması için rezonatör içerisinde sonlu uzunluklu bir elektrik dipol kullanılarak, öncelikle boş rezonatör rezonansa getirilmiştir. Daha sonra kısmen Debye türü dispersif dielektrik bir malzeme ile doldurulmuş rezonatör için uygun gözlem noktasında zamana ve konuma bağlı elektrik alanın z bileşeni üzerinden Kısa Zaman Fourier Dönüşümü (**KZFD**) alınarak zaman – frekans analizi yapılmıştır [3]. Kübik rezonatör ($5 \times 5 \times 5$ cm) boyutlarında olup, TM_{110} modunun uyarılması için $L = 5/2$ cm uzunluklu saydam (*soft*) kaynak olarak bir elektrik dipol $(x_s, y_s) = (5/2$ cm, $5/2$ cm) koordinatlarına yerleştirilerek boş rezonatörün rezonans frekansı olan $f = 4.23$ GHz frekansında rezonatör uyarılmıştır.

Debye türü kübik dispersif malzeme x , y ve z eksenleri boyunca sırası ile ($5/3$ cm, $10/3$ cm) koordinatlarına yerleştirilmiştir. Debye türü dispersif dielektrik malzeme (su) $\epsilon_s = 81$ ve $\epsilon_\infty = 1.8$ ve $\tau_0 = 9.4 \times 10^{-12}$ sn malzeme parametrelerine sahiptir. **FBZUSF** yönteminde Courant kararlılık kriterinin sağlanması için üç boyutlu uzaysal ayrıklaştırmada λ dalga boyu olmak üzere birim hücre boyutları $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \lambda/10$ olarak alınmıştır. **FBZUSF** yönteminde zaman adımları $\Delta t = 7.65 \times 10^{-12}$ sn ve iterasyon sayısı $n = 750$ olarak seçilmiştir. Elektrik ve magnetik alanların zamana göre değişimlerini gözlemek için, gözlem noktası $x_g = y_g = z_g = 4.15$ cm olmak üzere, Debye türü dispersif dielektrik malzemenin dışındaki bölgede seçilmiş olup, bu durum çoğunlukla deneysel çalışmalar için gereklidir.

FBZUSF algoritmasının çalıştırılması ile TM_{110} modunda elde edilen elektrik alanın z bileşeninin zaman – frekans dönüşümü boş ve kısmen Debye türü malzeme ile dolu rezonatör için Şekil 1’de gösterilmiştir.



Şekil 1. TM_{110} modunda a) Boş rezonatör için, b) Kısmen dispersif malzeme ile dolu rezonatör için elektrik alanın z bileşiminin zaman – frekans dönüşümü.

Yukarıdaki şekilde verilen sonuçlara göre, rezonatörün kısmen Debye türü dispersif malzeme ile doldurulması rezonatör içerisinde daha geniş bantlı ve daha karmaşık bir elektrik alan dağılımına neden olmaktadır. Ayrıca söz konusu geniş bantlılık hemen hemen tüm zaman boyunca varlığını korumaktadır.

4. Sonuç

Bu çalışmada boş ve kısmen Debye türü dispersif dielektrik malzeme ile doldurulmuş kübik ve mükemmel iletken duvarlara sahip bir rezonatörde uyarılan TM_{110} modunun zaman-frekans cevabı incelenmiştir. Böylece rezonatör içindeki alan dağılımının dispersif dielektrik malzeme nedeni ile zamana göre nasıl bir frekans karakteri gösterdiği **FBZUSF** yöntemi ile elde edilen zaman bağlı elektrik alanlara **KZFD** uygulanarak incelenmiştir. Rezonatörün kısmen Debye türü dispersif malzeme ile doldurulması rezonatör içerisinde daha geniş bantlı ve daha karmaşık bir elektrik alan dağılımına neden olmaktadır. Ayrıca söz konusu geniş bantlılık hemen hemen tüm zaman boyunca varlığını korumaktadır. Elde edilen sonuçlar rezonatörlerin dielektrik sabiti ölçümü, elektromagnetik uyumlulukta kullanılan tam yansımali oda kullanılarak yapılan bağışıklık testleri ve filtreler v.b. çalışmalar için kısmen dielektrik malzemelerle doldurulması durumunda, özellikle malzemelerin dispersif etkilerinin alan dağılımı üzerine etkilerinin araştırılması bakımından önem taşımaktadır.

Kaynaklar

- [1]. L. Sevgi, Complex Electromagnetic Problems and Numerical Simulation Approaches, IEEE Press, A.B.D., 2003.
- [2]. R. J. Luebbers, F. Hunsberger, K. S. Kunz, R. B. Standler, M. Schneider, "A frequency-dependent finite difference time-domain formulation for dispersive materials," IEEE Transaction on Electromagnetic Compatibility, 32, s. 222 - 227, Ağustos 1990.
- [3]. S. Qian, D. Chen, Joint Time-Frequency Analysis: Methods and Applications, Printice-Hall Inc., 1996.