

# Sönümlenmeli Ortamda OFDM için Tasarlanan MAP Kestiricisinin Başarım Analizi

Selva MURATOĞLU ÇÜRÜK, Yalçın TANIK  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Ankara  
[cselva@metu.edu.tr](mailto:cselva@metu.edu.tr), [tanik@metu.edu.tr](mailto:tanik@metu.edu.tr)

**Özet:** Çokyollu sönümlenmeli kanallarda, gönderilen simgelerin doğru bulunması için kanal kestirimi kullanılmalıdır. Bu bildiriye, Dikgen Frekans Bölüşümlü Çoğullama (OFDM) sistemleri için sönümlü kanalın katsayılarını parametrik ilinti modelini kullanarak kestiren bir En Büyük Sonsal (MAP) kestiricisi sunulmaktadır. Önerilen kestirici, kanalın ortak değişinti matrisini bir parametreyle modellediğinden diğer MAP kestiricilere göre daha kolay gerçekleştirilebilir. Kestirimler çokyollu kanalın frekans seçici, zamanla değişmeyen ve Gauss olduğu varsayılarak değerlendirilmiştir. Ayrıca, altkanallar arasındaki ilişkiyle hata değişintisi arasındaki ilişki açıkça gösterilmiştir. Kestiricinin başarım analizi üstel ortak değişinti matrisi kullanılarak yapılmış ve başarımın iyi olduğu gösterilmiştir. İşaret gürültü oranının (SNR) başarımına etkisi de incelenmiştir.

## 1. Giriş

Çoktaşıyıcı modülasyon tekniklerinden biri olan Dikgen Frekans Bölüşümlü Çoğullama (OFDM), çokyolluluğa ve dar bant girişimine olan dayanıklılığı, bant genişliği verimliliği gibi özelliklerinden dolayı yüksek hızlı veri iletişim sistemleri için en önemli adaylardan biridir. OFDM, yüksek hızlı iletişimden kaynaklanan simgelerarası girişim problemini, yüksek simge dizgisini daha düşük hızlarda dizgilere bölerek ve onları farklı dikgen taşıyıcılarla göndererek çözmektedir.

Çokyollu sönümlü kanalların doğasından dolayı, eşzamanlı alıcılarda gönderilen simgeleri doğru olarak bulmak için kanal kestirimi ve kanal izlemesi kullanılmalıdır. Ayrıca, kanal kestirimi eşzamanlama işleminin önemli bir kısmını oluşturmaktadır. Literatürde OFDM sistemleri için sönümlü ortamda kanal kestirimi üzerine birçok çalışma bulunmaktadır. Bunlardan En Büyük Olabilirlik (ML) kestiricisine dayananlar basit olmakla birlikte, altkanallar arasındaki ilişkiyi göz ardı ettikleri için başarımları kötüdür. Kanal önbilgisi ve işaret gürültü oranını kullanan En Büyük Sonsal (MAP) kestiricilerinin ise başarımları iyidir, ama yapıları karışıktır. MAP kestiricilerini basitleştirme üzerine pek çok çalışma yapılmıştır[1-7]. Ancak henüz başarımı MAP kestiricisi kadar iyi ve gerçekleştirilmesi kolay bir kestirici bulunmamaktadır.

Bu çalışmada, OFDM sistemleri için sönümlenmeli kanalın katsayılarını parametrik ilinti modelini kullanarak kestiren bir MAP kestiricisi sunulmaktadır. Önerilen kestirici, kanalın ortak değişinti matrisini bir parametreyle modellemektedir. Kestirilen kanal katsayılarından bu parametreyi kestiren bir blok, ilinti bilgisini MAP kestiricisine geri beslemektedir. Çokyollu kanalın frekans seçici, zamanla değişmeyen ve Gauss olduğu varsayılmıştır. Bilindiği gibi, hata değişintisi kestirimin kalitesiyle ilgili önemli bir göstergedir. Bu nedenle, altkanallar arasındaki ilişkiyle hata değişintisi arasındaki ilişki açıkça gösterilmiştir. Kestiricinin başarımının iyi olduğu üstel ortak değişinti matrisi kullanılarak gösterilmiştir. İşaret gürültü oranının başarımına etkisi de incelenmiştir.

## 2. Kanal Kestirimi

Bu çalışmada, kanalın bütün bant için frekans seçici, ama altbantlarda nerdeyse düz sönümlenmeli olduğu varsayılmıştır. Kanalın gözlem aralığında durağan ve alıcıda toplanır beyaz Gauss gürültü (AWGN) olduğunu varsayan N alttaşıyıcı, modülasyonun etkisi kaldırılmış bir OFDM sistemi ele alınmıştır. Alınan işaret,

$$\mathbf{r} = \mathbf{z} + \mathbf{w}, \quad (1)$$

şeklinde ifade edilir. Toplanır karmaşık gürültü  $\mathbf{w}$  sıfır ortalamalıdır ve ortak değişinti matrisi  $\mathbf{C}_w$  dir. Altkanal toplanır gürültü süreci karşılıklı bağımsızdır:

$$\mathbf{C}_w = \sigma_w^2 \mathbf{I}. \quad (2)$$

Burada  $\sigma_w^2$  gürültü değışintisidir. Kanal katsayıları  $\mathbf{z}$  ler sürekli, birleşik Gauss dağılımlı karmaşık rasgele süreçten alınmış örneklerdir. Vektör süreci durağan ve sıfır ortalamalıdır, böylece ortak değışinti matrisi  $\mathbf{C}_z$  ile tamamen tanımlanabilmektedir. Ayrıca sönümlenme ve toplanır gürültünün bağımsız olduğu varsayılmıştır. Gerçek süreçler için çok boyutlu MAP kestiricisinin genel çözümü [9] da verilmiştir. Sonuçlar problemimizde kullanılmak üzere karmaşık durumu kapsayacak şekilde genişletildiğinde, kanal katsayı vektörünün MAP kestirimleri aşağıdaki hali alır:

$$\hat{\mathbf{z}}_{\text{MAP}} = \mathbf{C}_z \cdot (\mathbf{C}_w + \mathbf{C}_z)^{-1} \mathbf{r} \quad (3)$$

Literatürde çokyollu ortamın frekans bölgesi ilinti matrisi  $\mathbf{C}_z$  i kestirmek için farklı metotlar bulunmaktadır. Ancak ortak değışinti matrisinin her elemanının kestirilmesi ve kestiriciye geri beslenmesi yüksek karmaşıklıkta alıcılar gerektirmektedir. Bu çalışmada, ortak değışinti matrisini tamamen kestirmek yerine, bu matris için üstel bir model tanımlanmıştır:

$$\mathbf{C}_z(i, j) = \rho^{|i-j|} \quad (4)$$

Burada ilinti katsayısı  $0 \leq \rho \leq 1$  aralığındadır. Alt sınır bağımsız sönümlenme anlamına gelirken, üst sınır düz sönümlenme içindir. Bu modellemeyle MAP kestiricisi sadece  $\rho$  parametresine ihtiyaç duyar. Kanalın anlık frekans tepkisi ilinti değerleri kestirilen sönüm değerlerinden, komşu altkanalların ilintisinin düzgelmesiyle bulunabilir:

$$\rho_{\text{ins}} = \frac{\hat{z}_1 \cdot \hat{z}_2^* + \hat{z}_2 \cdot \hat{z}_3^* + \dots + \hat{z}_{N-1} \cdot \hat{z}_N^*}{|\hat{z}_2|^2 + |\hat{z}_3|^2 + \dots + |\hat{z}_N|^2} \quad (5)$$

Ancak sezimlenen semboller rasgele olduğundan, iyi ilinti özelliklerine sahip olmayabilirler. Bu da özellikle taşıyıcı sayısı az olduğunda veya düşük işaret gürültü oranında (SNR) zayıf sonuçlar verecektir. Bu nedenle, alfa izleyicisi kullanılarak anlık ilinti kestiriminin birkaç OFDM sembolü üzerinden ortalaması alınmıştır.

$$\rho^n = \alpha \cdot \rho^{n-1} + (1 - \alpha) \cdot \rho_{\text{ins}} \quad (6)$$

$0 < \alpha < 1$  aralığındaki  $\alpha$ , izleyici parametresidir. Alfa izleyicisinin hassasiyetini arttırmak için  $\alpha$  değeri artırılabilir, ancak bu işlem izleme süresini uzatır. Ayrıca, kestirilen ilinti değeri 2-3 uzaklıktaki komşu altkanalların anlık ilintisinin eklenmesiyle daha dayanıklı hale getirilebilir.

### 3. Kestirici Başarımı

Kanal katsayılarının hata değışintileri, alıcının başarımı için iyi bir göstergedir. Kanal katsayılarının hata değışintileri, aşağıda verilen ortalama karesel hata (MSE) matrisinin köşegeninden kolaylıkla bulunabilir.

$$\mathbf{MSE} = \mathbf{E}\{(\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z})(\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z})^H\} = \mathbf{A} \mathbf{C}_w \mathbf{A}^H + (\mathbf{A} - \mathbf{I}) \mathbf{C}_z (\mathbf{A} - \mathbf{I})^H \quad (7)$$

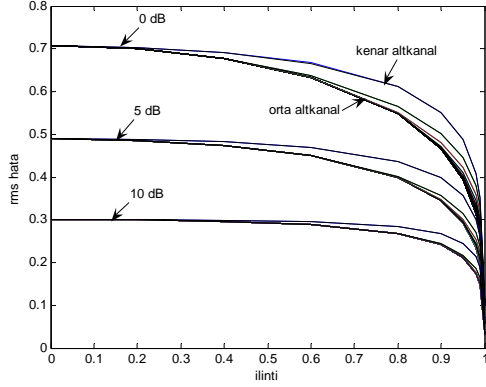
Yukarıdaki ifadede  $\mathbf{A} = \mathbf{C}_z \cdot (\mathbf{C}_w + \mathbf{C}_z)^{-1}$  olarak tanımlanmıştır.  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{C}_z$  ve  $\mathbf{C}_w$  matrisleri simetrik olduklarından, (7) in aşağıdaki şekli alacağı kolaylıkla gösterilebilir:

$$\mathbf{MSE} = (\mathbf{C}_w^{-1} + \mathbf{C}_z^{-1})^{-1} = \sigma_w^2 \mathbf{A}. \quad (8)$$

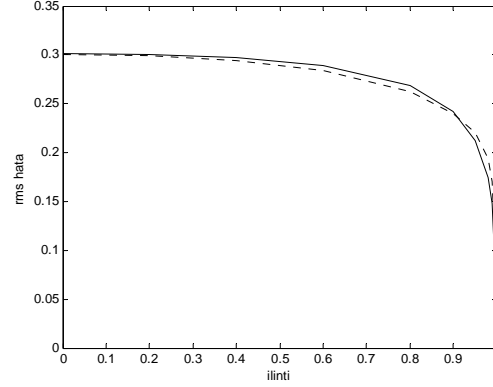
Bilindiği üzere, problemimizde olduğu gibi, önsel Gauss yoğunluklu doğrusal işaretleme düzeninde, MAP kestiricisi etkin kestiricidir [9].

#### 4. Bulgular

Öncelikle, ilintinin bilindiği varsayılarak,  $N=100$  için, SNR ın hata değışintisi üzerine etkisini incelemek amacıyla, SNR = 0, 5 ve 10 dB değeri için kanal katsayılarının etkin değeri (rms) hata ilinti grafiği Şekil 1 de verilmiştir. Şekildeki dış çizgilerin kenar altkanal kestirim hatasını, içtekilerin ise ortadaki altkanalların kestirim hatasını verdiğine dikkat edilmelidir. Görüldüğü gibi, kenardaki altkanalların daha büyük hata değışintileri vardır. Ayrıca, kanalın ilinti parametresi arttıkça rms hata azalmaktadır. İlinti parametresi 1 e yaklaştıkça azalma çok daha belirgindir.



Şekil 1. Kanal kestiriminin rms hatası,  $N = 100$ .



Şekil 2. Rms hata ilinti grafiđi,  $N = 100$ .

Ardından, kestirilen ilinti değeri kullanılarak tamamlanmış MAP kestiricisinin başarımları analizi yapılmıştır. İlinti kestiriminde oluşan hatanın MAP kestiricisinin hata değışintisi üzerindeki etkisini görmek amacıyla, ortadaki altkanal için, rms hata ilinti grafiği gerçek ve kestirilen ilinti değeriyle Şekil 2 de sunulmuştur. Sonuçlar 15 döngü sonunda, SNR = 10 dB,  $N = 100$  ve  $\alpha = 0.6$  değeriyle verilmiştir. Daha dayanıklı olabilmesi için, ilinti hesaplamasında 2. ve 3. komşu ilintileri de kullanılmıştır. Bütün çizgi gerçek rms hata için kesikli olan ise kestirilen ilintinin sonuçları için kullanılmıştır. Şekilden görüldüğü gibi, kestirim oldukça başarılıdır, ancak ilinti değeriindeki kestirim hatası rms hatada hafif bir sapmaya neden olmaktadır.

#### 5. Sonuçlar

Bu bildiriye, başarımları iyi olduğu bilinen MAP kestiricisini basitleştirmek için ortak değışinti matrisi üstel kanal varsayımıyla modellenmiştir. MAP kestiricisi ve hata değışinti denklemleri verildikten sonra, MAP kestiricisinin kestirim rms hataları bulunmuştur. Sonuçlar özellikle ortadaki altkanallar için, altkanallar arasındaki ilintinin çok daha iyi kestirim bulmakta yardımcı olduğunu göstermiştir. Ayrıca kanal kullanılan üstel modeliyle uyumlu olduğunda, önerilen MAP kestiricisinin başarımlarının iyi olduğu gösterilmiştir.

#### Kaynaklar

- [1] H.A. Çırpan, E. Panayırıcı, H. Dođan, "Nondata-aided channel estimation for OFDM systems with space-frequency transmit diversity", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 55(2), s. 449–457, 2006.
- [2] J. Akhtman, L. Hanzo, "Generic reduced-complexity MMSE channel estimation for OFDM and MC-CDMA" *IEEE 61st Vehicular Technology Conference*, s. 528–532, 2005.
- [3] J.M.M. Ocloo, F. Alberge, P. Duhamel, "Semi-blind channel estimation for OFDM systems via an EM-MAP algorithm" *IEEE 6th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, s.605–609, 2005.
- [4] V. Srivastava, C. H. Keong, P. H. W. Fung, S. Sun; "Robust MMSE channel estimation in OFDM systems with practical timing synchronization" *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, s.711–716, 2004.
- [5] J. H. Ryu, Y. H. Lee, "Design of implementation-efficient channel estimation filter for wireless OFDM transmission" *IEEE 57th Semiannual Vehicular Technology Conference*, s.1590–1594, 2003.
- [6] H. Anıktar, Y. Tanık, "New receiver structures for subcarrier synchronization in OFDM systems over frequency-selective channel", *IEEE 8th International Symposium on Computers and Communication*, s.486–491, 2003
- [7] B. Yang, Z. Cao, K.B. Letaief, "Analysis of low-complexity windowed DFT-based MMSE channel estimator for OFDM systems" *IEEE Transactions on Communications*, 49(11), s.1977–1987, 2001.
- [8] H. L. Van Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory*, John Wiley & Sons, Inc., 1968.