

Çoklu İşleme Kazançlı Yaklaşık Eşzamanlı KBÇE'nin Performansı

Selim Dilek, Oğuz Kucur, Murat Doğan

Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü

Elektronik Mühendisliği Bölümü

Gebze, Kocaeli

selim.dilek@gyte.edu.tr, okucur@gyte.edu.tr, mdogan@gyte.edu.tr

Özet

Bu çalışmada çoklu işleme kazançlı yaklaşık eşzamanlı KBÇE sisteminin, beyaz Gauss gürültüsü eklenen kanalda deterministik ve rastgele kodlar için bit hata olasılığı analizi iki hızlı durum için yapılmıştır ve performansları birbiriyle karşılaştırılmıştır. Nümerik ve simülasyon sonuçları, deterministik Gold dizileri için iki hızın performansının birbirinden ve rastgele dizilerin performansından farklı olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla çoklu hızlı KBÇE için rastgele dizi varsayımı gerçekçi değildir.

1. Sistemin Tanımı

Çoklu hızlı bir kod bölmeli çoklu erişim (KBÇE) sisteminde alınan işaret

$$r(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{K_i} A_i s_{i,k}(t - \tau_{i,k}) \cos(\omega_c t + \theta_{i,k}) + n(t) \quad (1)$$

olarak gösterilebilir [1]. K_i , i . hızdaki kullanıcı sayısıdır. Sistemin yaklaşık eşzamanlı (quasi-synchronous) analizi yapılacağından dolayı, zaman gecikmeleri $\tau_{i,k} = \Delta T_c$ şeklinde olup Δ , $(-\Delta_m, \Delta_m)$ aralığında düzgün dağılımlı rastgele değişken olarak modellenmiştir ($0 < \Delta_m < 1$ ve T_c çip aralığıdır). ω_c taşıyıcı frekansı, $\theta_{i,k} [0, 2\pi]$ arasında düzgün dağılımlı fazı göstermektedir. A_i , i . hızdaki genliği göstermektedir. $n(t)$, güç yoğunluk fonksiyonu $N_0/2$ olan beyaz Gauss gürültüsüdür. $s_{i,k}(t)$, i . hızdaki k . kullanıcının ilettiği işaret olup

$$s_{i,k}(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} d_{[p/N_i]}^{i,k} c_p^{i,k} h(t - pT_c) \quad (2)$$

olarak ifade edilir [1]. Burada $c^{i,k}$, i . hızdaki k . kullanıcının yayma kodu dizisini, $d_t^{i,k}$; bilgi işareti dizisini, $h(t)$; dikdörtgen çip darbe şeklini göstermektedir.

2. Performans Analizi

Tek hızlı bir KBÇE sistemi için bit hata olasılığı Gauss yaklaşıklığıyla

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \left[E_b / \left(\frac{1}{2E_s} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_u} A_i^2 E [R_{s_i s_j}^2(\Delta T_c)] + N_0 \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (3)$$

olarak bulunmuştur [2]. Burada E_b bit enerjisini, E_s sembol enerjisini, A_i , i . kullanıcının taşıyıcı genliğini, $R_{s_i s_j}^2(\Delta T_c)$, i . kullanıcı ve j . kullanıcının yayma kodlarının karesel karşı-ilişkilerini gösterir. $E[.]$, beklenen değer operatörüdür. Bu ifade, iki hızlı sistem için şu şekilde düzenlenebilir [3]:

$$P_i = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\left\{ E_b / \left[N_0 + \frac{1}{2E_{s_i}} \left((K_i - 1) A_i^2 E[R_{s_i, s_i}^2(\Delta T_c)] + K_j A_j^2 E[R_{s_i, s_j}^2(\Delta T_c)] \right) \right] \right\}^{1/2} \right) \quad (4)$$

Burada, $K_j A_j^2 E[R_{s_i, s_j}^2(\Delta T_c)]$ terimi diğer hızdan gelen karışım bileşenini göstermektedir. Burada E_{s_i} ; i . hızın sembol enerjisidir. Bu denklemde görülen karşı-ilişkinin karesel beklenen değeri

$$E[R_{s_i, s_j}^2(\Delta T_c)] = T_c^2 E[(1 - |\Delta|)^2] E[\rho_0^2] + T_c^2 E[|\Delta|^2] E[\rho_1^2] + 2T_c^2 E[(1 - |\Delta|)|\Delta|] E[\rho_0] E[\rho_1] \quad (5)$$

olarak elde edilir [3]. Bu eşitlikte ρ_0 ; kodlar arasında kayma olmadığı durumdaki karşı-ilişki değeri, ρ_1 ; kodlar arasında bir çiplik kayma olduğundaki karşı-ilişki değeridir. İstenen kullanıcı ve karışan kullanıcı aynı hızda ise ρ_0 , ortogonal kodlar için sifira eşit olacaktır. Ortalama bir hata olasılığı bulunacağından bu iki değer hesaplanırken kod setlerindeki tüm kullanıcılar hesaba katılmalı ve ortalama alınmalıdır. İstenen kullanıcı ve karışan kullanıcı yüksek işleme kazançlı hızdan seçilirse karşı ilişkinin karesel beklenen değeri,

$$E[R_{s_1, s_1}^2(\Delta T_c)] = \frac{T_c^2 \Delta_m^2}{3} E[\rho_{1,11}^2] \quad (6)$$

şeklinde olur. Bu eşitlikte,

$$E[\rho_{1,11}^2] = \frac{1}{K(K-1)} \sum_{k=1}^K \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \left(\sum_{l=0}^{N-1} c_l^k c_{l \pm 1}^i \right)^2 \quad (7)$$

olarak tanımlanır [3]. Yüksek işleme kazançlı hızda diğer hızdan gelen karışım ifadesi bulunurken ise, karışan kullanıcının iki periyodu istenen kullanıcıya karışacağından bu durum 4 farklı bilgi biti kombinasyonu için incelenmelidir. $c^{i(t)}$, bozucu kullanıcının kod dizisi olmak üzere bu durum,

$$c^{i(t)} = \begin{cases} [c^i & c^i], & t = 1 \\ [c^i & -c^i], & t = 2 \\ [-c^i & c^i], & t = 3 \\ [-c^i & -c^i], & t = 4 \end{cases} \quad (8)$$

olarak gösterilebilir. İstenen ve karışan kullanıcılar farklı hızlarda olduklarından ortogonallık söz konusu değildir. Bu sebeple Denklem (9)'daki değerler hesaplanmalıdır [3].

$$E[\rho_{0,12}^2] = \frac{1}{4K^2} \sum_{t=1}^4 \sum_{k=1}^K \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \left(\sum_{l=0}^{N-1} c_l^k c_{l \pm 1}^{i(t)} \right)^2, \quad E[\rho_{1,12}^2] = \frac{1}{4K^2} \sum_{t=1}^4 \sum_{k=1}^K \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \left(\sum_{l=0}^{N-1} c_l^k c_{l \pm 1}^{i(t)} \right)^2 \quad (9)$$

Bu durumda karşı-ilişkinin karesel beklenen değeri,

$$E[R_{s_1, s_2}^2(\Delta T_c)] = T_c^2 \left(1 - \Delta_m + \frac{\Delta_m^2}{3} \right) E[\rho_{0,12}^2] + T_c^2 \left(\frac{\Delta_m^2}{3} \right) E[\rho_{1,12}^2] + 2T_c^2 \left(\frac{3\Delta_m - 2\Delta_m^2}{6} \right) E[\rho_{0,12}] E[\rho_{1,12}] \quad (10)$$

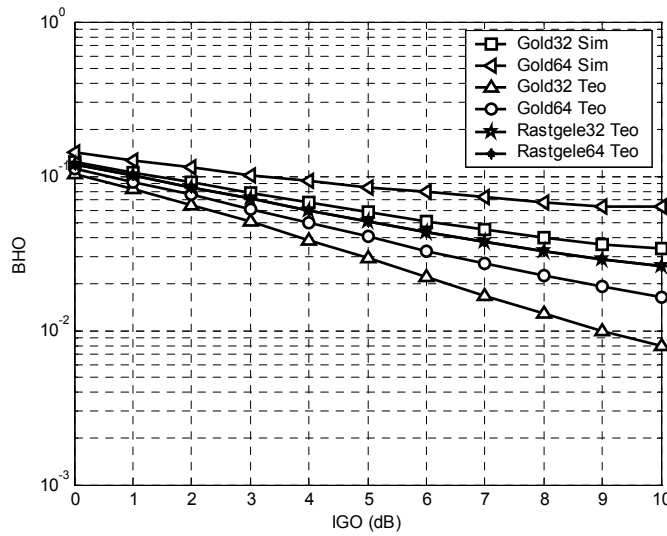
olarak elde edilir [3]. İkinci hız için hata olasılığı ifadesi, ilk hız için yapılan hesaplamalar kullanılarak bulunabilir. Aralarındaki tek fark ise düşük işleme kazançlı hızdaki bir kullanıcıya yüksek işleme kazançlı hızdaki bir kullanıcıdan sadece yarım periyotluk bir karışım olmasıdır. Bu durumda sadece iki farklı bilgi biti kombinasyonu için inceleme yapmak yeterli olacaktır. Benzeri bir çalışma [4]'te Denklem (4)-(10)'daki

analizden farklı ve daha karmaşık bir şekilde yapılmıştır. Rastgele kodlar için ise bir kodun çiplerinin ve herhangi iki kodun birbirinden bağımsız olduğu göz önüne alınarak hata olasılıkları aşağıdaki şekilde bulunur.

$$P_1 = P_2 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \left[E_b / \left(N_0 + \frac{A^2 T_c (2K-1)}{2} \left(1 - \Delta_m + \frac{2\Delta_m^2}{3} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (11)$$

3. Nümerik ve Simülasyon Sonuçları

Şekil-1’de Denklem (4) ve (11) ile elde edilen hata olasılığı eğrileri ve simülasyon eğrileri gösterilmektedir. İşleme kazançları 64 ve 32 olarak seçilmiş, ortogonal Gold kodları kullanılmış ve $\Delta_m=0.75$ alınmıştır. Şekilde görüldüğü gibi Gold kodlarının performansı iki hız için birbirinden ve rastgele dizilerin performansından farklıdır.



Şekil 1: $N_1=64$, $N_2=32$, $K_1=K_2=15$ ve $\Delta_m=0.75$ için sistemin performansı

4. Sonuçlar

Bu çalışmada yaklaşık eşzamanlı çoklu hızlı KBÇE’nin performansı incelenmiştir. Hem teorik hem de simülasyon eğrileri rastgele kod varsayımının gerçekçi olmadığını ve iki hız performansının birbirinden farklı olduğunu göstermiştir.

Kaynaklar

- [1] Ottosson, T., ve Svensson, A., “On Schemes for Multirate Support in DS-CDMA Systems”, *Wireless Personal Communications*, Kluwer Academic Publishers, Mart 1998.
- [2] DaSilva, V.M., ve Sousa, E.S., “Multicarrier Orthogonal CDMA Signals for Quasi-Synchronous Communication Systems”, *IEEE JSAC*, Vol. 12, No. 5, Haziran 1994 Sayfa: 842–852.
- [3] Dilek, S., Çoklu Hızlı Kod Bölmeli Çoklu Erişim Sistemlerinin Performansı. Y.Lisans Tezi, GYTE, Haziran 2006.
- [4] Lee, Y., Joo, Y-I., ve Tchah, K.H., “Optimal Sequences for a Quasi-Synchronous Multi-Rate VPG DS/CDMA System”, *Telecommunications Review*, Vol.11, No.1, 2001. Sayfa: 144–160.