

Çok Seviyeli Hızlı Çokkutup Yönteminin Üç Boyutlu Karmaşık Yüzelelere Sahip Geometrilerin Çözümü için Paralleştirilmesi[†]

Özgür Ergül¹ ve Levent Gürel^{1,2}

¹Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

²Bilişimsel Elektromanyetik Araştırma Merkezi (BİLCEM)

Bilkent Üniversitesi

TR-06800, Bilkent, Ankara

E-posta: ergul@ee.bilkent.edu.tr, lgurel@bilkent.edu.tr

Özet: Üç boyutlu karmaşık yüzelelere sahip geometrilere ait büyük saçılım problemlerinin çözümü için çok seviyeli hızlı çokkutup yönteminin (ÇSHÇY) verimli bir şekilde paraleleştirilmesi gerçekleştirilmiştir. Farklı geometrilere ait değişik özelliklerdeki ağaç yapıları incelenmiş, ÇSHÇY'nin farklı seviyelerinde farklı stratejilerin uygulanmasına karar verilmiştir. Geliştirilen teknikler sayesinde paraleleştirmeden sağlanan verimin önemli ölçüde arttığı tespit edilmiştir.

1. Giriş

Çok seviyeli hızlı çokkutup yöntemi (ÇSHÇY) (MLFMA: multilevel fast multipole algorithm) hesaba dayalı büyük elektromanyetik problemlerin çözümlerinde kullanılan popüler yöntemlerden biridir. Bu yöntem sayesinde $N \times N$ boyutlarındaki yoğun matrislerle vektörlerin çarpımı $O(N \log N)$ işlem zamanında ve $O(N \log N)$ bellek kullanımıyla gerçekleştirilebilmektedir. ÇSHÇY'nin iteratif yöntemlerle birlikte kullanılmasıyla da çok büyük problemlerin doğru ve hızlı çözümleri mümkün hale gelmektedir. Öte yandan, gerçek hayatta karşımıza çıkan pek çok problemin modellenmesinde milyonlarca bilinmeyene ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çeşit gerçek yaşam problemlerinin çözümünde ÇSHÇY bile yetersiz kalmaktadır. Bu bakımdan, ÇSHÇY gibi verimli algoritmaların kullanımına ek olarak elde bulunan bilgisayar kaynaklarının da geliştirilmesi gerekmektedir.

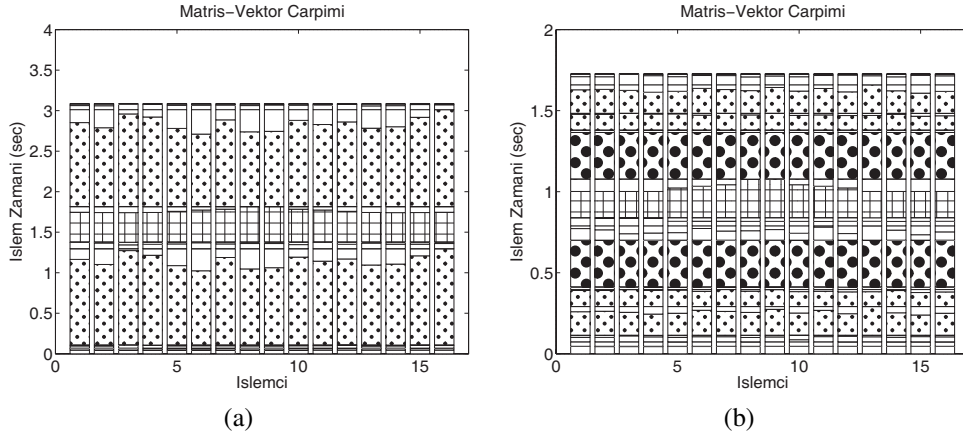
Bu çalışmada göreceli olarak ucuz işlemcilerin özel hızlara sahip ağ sistemleriyle birbirlerine bağlanması ve ÇSHÇY'nin oluşturulan bilgisayar kümesi üzerinde paralel olarak çalıştırılması gerçekleştirilmiştir. Öte yandan, çözümlerin yüksek doğrulukta yapılabilmesi için, ÇSHÇY yöntemi tüm elektromanyetik etkileşimleri içeren bir ağaç yapısına gereksinim duymaktadır. Bu ağaç yapısının doğru ve verimli bir şekilde işlemcilerle dağıtılması kolay değildir. Paralleleştirmenin verimli olabilmesi için işlemciler arasındaki iletişimin azaltılması ve aynı işlemin gereksiz yere birden fazla işlemcide yapılmasının önlenmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda, çeşitli problemlere ait ağaç yapıları incelenmiş ve ağaç yapısının değişik seviyelerinde farklı stratejilerin uygulanmasına karar verilmiştir.

2. ÇSHÇY'nin Paralleştirilmesinde Verimliliğin Arttırılması

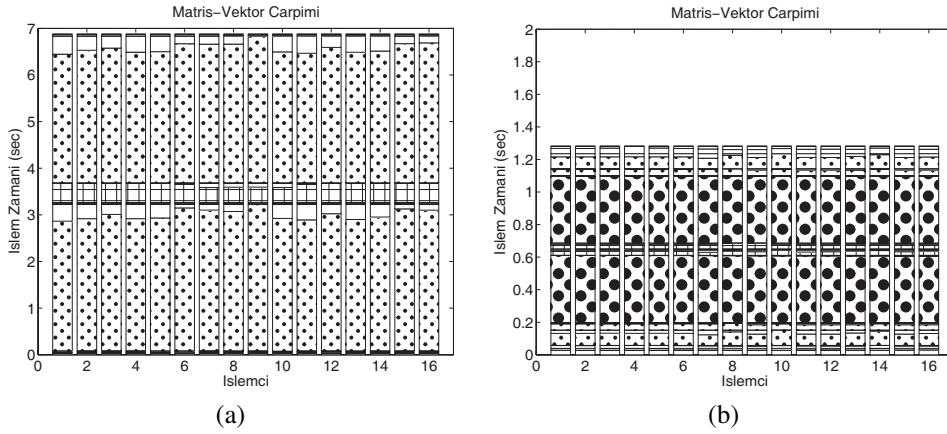
Saçılım problemlerinin ÇSHÇY ile çözümünde matris-vektör çarpımlarının yapıldığı iteratif kısım ile çözümde kullanılacak bilgilerin hesaplanması için gerekli olan kurulum kısımları bulunmaktadır. Kurulum kısmı matris-vektör çarpımlarına göre daha az karmaşıktır ve bu kısmın paraleleştirilmesi kolaydır. Basit yük dağılımı algoritmalarıyla iterasyonlara kadar yapılan işlemlerin verimli bir biçimde işlemcilerle dağıtılması mümkündür [1]. Öte yandan, matris-vektör çarpımlarının basit bir şekilde dağıtıldığı paraleleştirmeler ancak basit geometrilerin çözümlerinde verimli olabilmektedir. Karmaşık yapılara sahip cisimlerin bu tip paraleleştirmelerle yapılan çözümlerinde düşük seviyelerde verim elde edilmiştir. Bu çalışmada, paraleleştirmenin geliştirilmesi ve verimin yükseltilmesi amacıyla matris-vektör çarpımlarının işlemcilerle dağıtılması tekrar ele alınmıştır.

Yeni paraleleştirmede eski strateji sadece ağaç yapısının düşük seviyelerine uygulanmıştır. Bu seviyelerde bulunan çok sayıdaki grup işlemciler arasında dağıtılmış ve bu dağıtım esnasında yük dağılımını düzenleyen

[†]Bu çalışma, TÜBİTAK (105E172), Türkiye Bilimler Akademisi (LG/TÜBA-GEBİP/2002-1-12), ASELSAN ve SSM tarafından desteklenmektedir.



Şekil 1. Helikopter problemindeki matris-vektör çarpımları için (a) basit ve (b) geliştirilmiş paralelleştirme stratejileriyle elde edilen zaman grafikleri.



Şekil 2. Pervane problemindeki matris-vektör çarpımları için (a) basit ve (b) geliştirilmiş paralelleştirme stratejileriyle elde edilen zaman grafikleri.

algoritmalar kullanılmıştır. Bu strateji uygulandığında demetleme ve dağıtma operasyonları herhangi bir iletişime gerek kalmadan işlemcilerde bağımsız olarak yapılabilmektedir. Öte yandan, öteleme operasyonunda işlemciler arasında yoğun bir bilgi akışına ihtiyaç duyulmaktadır. Gerek duyulan iletişimlerin trafiği dikkatlice incelenmiş ve optimize edilmiştir. Ağaç yapısının üst kısımlarında ise farklı bir strateji uygulanmış, burada bulunan az sayıdaki grubun ışınım ve alıcı örüntüleri işlemciler arasında en iyi biçimde dağıtılmıştır [2]. Bu strateji sayesinde öteleme operasyonları iletişimsiz yapılabilmektedir. Ancak, demetleme ve dağıtma operasyonları için işlemciler arasında birebir iletişimlere ihtiyaç duyulmaktadır ve bu iletişimlerin verimli bir şekilde gerçekleştirilmesi gerekmektedir. İki strateji arasındaki geçiş ise en uygun seviyede yapılmakta olup verimli bir haberleşme algoritmasıyla tamamlanmaktadır.

3. Sonuçlar

Geliştirmeler sonucunda elde edilen paralel ÇSHÇY yazılımı pek çok gerçekçi problem üzerinde denenmiştir. Burada basit bir helikopter geometrisine ve bu helikopterin pervanesine ait saçılım problemlerinin çözümlerinde elde edilen sonuçlar gösterilecektir. Şekil 1'de 117,366 bilinmeyenli helikopter probleminin çözümünde yapılan matris-vektör çarpımlarının zaman grafikleri gösterilmiştir. Şekil 1(a)'daki basit paralelleştirmede, demetleme ve dağıtma kısımları noktali bloklarla, bu iki kısım arasında gerçekleştirilen öteleme operasyonu ise kareli bloklarla gösterilmiştir. Şekil 1(b)'deki geliştirilmiş paralelleştirmede ise demetleme ve dağıtma kısımları ikiye

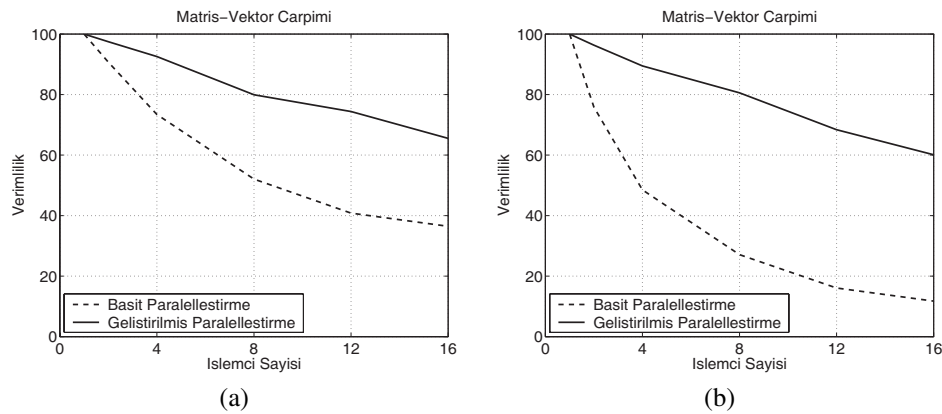
ayrılmış, üst seviyelerde uygulanan demetleme ve dağıtımlar büyük noktalı bloklarla gösterilmiştir. Geliştirilmiş paralelleştirme sayesinde matris-vektör çarpımlarının 16 işlemci üzerindeki süresi 3 saniyeden 1.7 saniyeye kadar düşmüştür.

Pervane geometrisi için yapılan matris-vektör çarpımlarının zaman grafikleri Şekil 2’de verilmiştir. İnce ve uzun bir geometriye sahip olduğundan dolayı 62,961 bilinmeyenli pervane probleminin basit paralelleştirme ile yapılan matris-vektör çarpımları 16 işlemci üzerinde 7 saniye sürmektedir. Oysa, geliştirilmiş paralelleştirme sayesinde bu süre 1.3 saniyeye kadar inmektedir. Helikopter ve pervane geometrileri için gerçekleştirilen paralel matris-vektör çarpımlarının verimlilikleri Şekil 3’te gösterilmiştir. Helikopter için 16 işlemcideki verimlilik %40’tan %65’e çıkarken, bu artış pervane için %10’dan %60’a gerçekleşmiştir. Problemlerin çözümü için harcanan tüm süre göz önüne alındığında elde edilen verimlilikler Şekil 4’te gösterilmiştir. İşlemci sayısının 16 olduğu durumlarda toplam süredeki verimlilik artışı helikopter ve pervane problemleri için sırasıyla %55’ten %75’e ve %20’den %70’e olarak tespit edilmiştir.

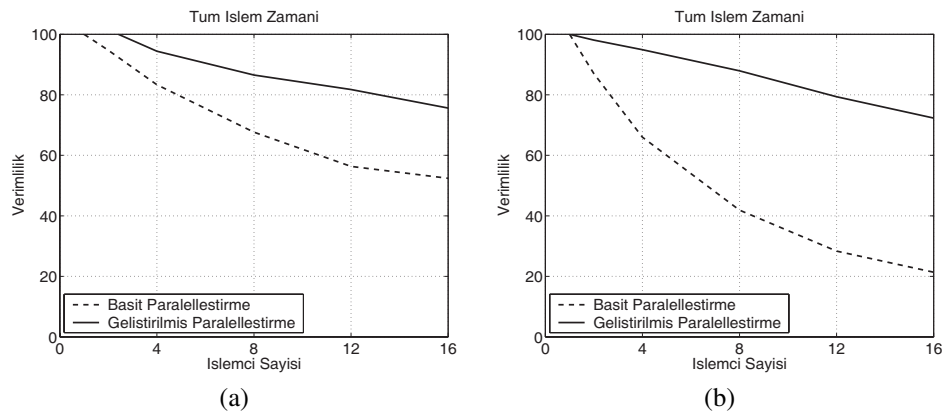
Kaynaklar

[1] Ö. Ergül, A. R. Bozbulut ve L. Gürel, “Çok seviyeli hızlı çokkutup yönteminin büyük elektromanyetik saçılım problemlerinin çözümü için paralelleştirilmesi,” *URSI-Türkiye 2004 Bilimsel Kongresi*, Ankara, Türkiye, s. 71–73, 2004.

[2] S. Velampambil ve W. C. Chew, “Analysis and performance of a distributed memory multilevel fast multipole algorithm,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, cilt 53, s. 2719–2727, Ağustos 2005.



Şekil 3. (a) Helikopter ve (b) pervane problemlerindeki matris-vektör çarpımlarında elde edilen verimlilik.



Şekil 4. (a) Helikopter ve (b) pervane problemlerinin çözümünde elde edilen verimlilik.