

ÇEMBERSEL DİZİMLERDEN DOĞRUSAL DİZİMLERE EŞLEME İLE VARIŞ AÇISI (DOA) TAHMİNİ

Tansu Filik, T. Engin Tuncer
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Çankaya, Ankara
tfilik@metu.edu.tr, etuncer@metu.edu.tr

Özet: Dizilim aradeğerleme (array interpolation) yöntemiyle çembersel dizimlerden doğrusal dizilere eşleme yapılırken kullanılan dönüşüm matrisinin kötü-durumlu olmasını önlemek için yeni bir Wiener formülasyonu kullanılmıştır. Böylece daha fazla sayıda eleman içeren doğrusal dizilere eşleme yapılabilmektedir ve bunun neticesinde önceki duruma göre varış açısı tahmininde iyileşme sağlanmıştır.

1. Giriş

Dizilim işleme alanındaki en önemli problemten birisi varış açısı (DOA) tahminidir. Yayılan düzlem dalgalarının varış açılarının tahmini; radar, mobil iletişim, sonar ve sismoloji gibi birçok alandaki uygulamalarda kullanılmaktadır. DOA tahmininde kullanılan sistemler çeşitli geometrilerdeki algılayıcı dizilimini kullanırlar. Dizilim geometrisindeki farklılıkların; DOA tahmininde kullanılan algoritmaları, çözünürlüğü ve performansı etkilediği daha önceki çalışmalarda gösterilmiştir [4]. Yaygın olarak kullanılan geometri eşit aralıklı doğrusal dizilimlerdir (ULAs). Çembersel dizilim topolojisine, bazı avantajlarına rağmen daha az ağırlık verilmiştir. Bir eşit aralıklı çembersel dizilim (UCA), 360° azimut ve kaynağın yüksekliği ile ilgili bilgi sağlayabilir. Ayrıca UCA'nın simetrik yapısından dolayı hüzmeye oluşturan elektronik olarak döndürülmesine rağmen hüzmeye şeklinde ciddi değişiklik oluşmaz. Diğer taraftan ULA sadece 180° lik azimut alanını kapsayabilir ve hüzmeye şekli, dikine ışınma bölgesinden uzaklaştıkça genişler (çözünürlük düşer).

Bütün bu avantajlarına rağmen UCA da iki boyutlu açı tahmini yapabilen sınırlı sayıda algoritma vardır. UCA da yönlendirme vektörü Vandermonde yapısında değildir. Bilindiği üzere ULA'nın yönlendirme vektörü Vandermonde yapısında olduğu için oldukça hızlı ve etkin dizi işleme teknikleri geliştirilmiştir (root-MUSIC [5] gibi). UCA için de bu algoritmaların kullanılabilmesi için çeşitli çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmalarda ortak nokta UCA'daki yönlendirme vektörünü Vandermonde yapısına dönüştürmektir.

Bunu sağlamak amacıyla iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan birincisi ilk olarak Davies [6] tarafından bulunan uzamsal DFT tabanlı bir dönüşümdür.

İkinci yaklaşım ilk olarak Bronez [1] tarafından önerilmiş ve Friendlander [2] ve Pesavento [3] tarafından geliştirilmiştir olan dizilim aradeğerleme yöntemidir. Bu yöntem herhangi bir geometrideki dizilimi sanal bir dizilime eşlemede kullanılmaktadır. Özellikle çembersel dizilimlerden doğrusal dizilimlere eşleme yapılarak yönlendirme vektörünü Vandermonde yapısına dönüştürülmüştür.

Bu çalışmada dizilim aradeğerleme yöntemindeki eşleme matrisinin, T , kötü-durumlu olduğu hallerde matrisin yapısını düzelteren ve tarafımızdan önerilen Wiener formülasyonu kullanılmıştır. Wiener formülasyonu T matrisinin kötü-durumlu olmasını önlemekte ve daha fazla sayıda eleman içeren doğrusal dizilere eşleme yapılabilmesine olanak sağlamaktadır. Literatürde var olan çalışmalarda [7] gerçek ve eşleme yapılan dizilerde aynı sayıda eleman bulunması gerekirken bizim durumumuzda doğrusal dizi daha fazla eleman içerebilmektedir. Bu da dizilim aradeğerleme yöntemiyle yapılan DOA tahmininde performans artışı sağlamıştır. Ayrıca kullanılan Wiener formülasyonu düşük SNR'da diğer yaklaşımlara göre daha iyi sonuç vermektedir.

2. Problem Formülasyonu

M özdeş ve tüm yönlü elemanı olan ve r çaplı UCA Şekil (1) de gösterilmiştir. Çember x - y düzlemine yerleştirilmiştir ve merkezi kartezyen koordinat sisteminin orijinindedir. Gelen düzlemsel dalgaların varış açılarını gösterebilmek için dairesel koordinat sistemi kullanılmıştır. Buna göre m . elemanın pozisyon vektörü $p_m = [R \cos \phi_m, R \sin \phi_m, 0]$ olur ve $\phi_m = 2\pi(m-1)/M$, $m = 1, \dots, M$. Taşıyıcı dalga boyu λ olan N tane dar bantlı düzlemsel dalganın dizilim üzerine çarptığını varsayalım. Kaynak sinyallerimizin, $s_n(t)$, Gaussian dağılımlı ve ilintisiz olduğunu da varsayalım. Kaynağın DOA açıları $\theta = [\theta_n, \phi_n]$, $n = 1, \dots, N$ olsun.

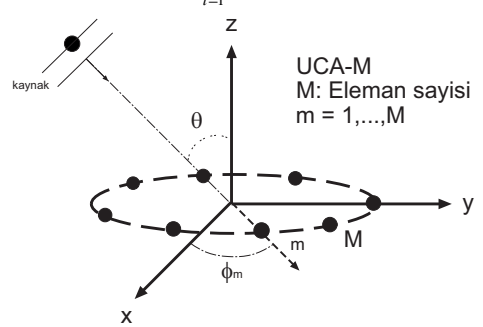
Alınan sinyal (1) eşitlikte verildiği gibi modellenenir,

$$x(t) = A(\theta)s(t) + n(t) \quad (1)$$

burada $A(\boldsymbol{\theta}) = [a(\theta_1, \phi_1), \dots, a(\theta_M, \phi_M)]$ çembersel dizilim (UCA) için yapı matrisi olsun, $s(t) = [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$, kaynak vektörü olsun ve $n(t)$ de beyaz gürültü olsun ve ortak değişinti matrisi $R_n = \sigma^2 I$ olsun. UCA için $a(\theta, \phi)$ (2) de verilmiştir ve Vandermonde yapısında değildir.

$$a(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}r\sin(\theta)\cos(\phi-\phi_1)} \\ \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{\lambda}r\sin(\theta)\cos(\phi-\phi_M)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Örnek ortak değişinti matrisi (3)'de verilmiştir. Burada K tane bağımsız gözlem yapılarak R tahmin edilmiştir.

$$\hat{R} = \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K x(t)x^H(t) \quad (3)$$


UCA-M
M: Eleman sayısı
m = 1, ..., M

Şekil 1. Eşit aralıklı çembersel dizilim (UCA).

Eşlemenin yapıldığı doğrusal dizilerde d eşit aralıklarla, çembersel dizilimin olduğu düzleme yerleştirilmiştir.

3. Dizilim Aradeğerleme

Bu yöntem sanal dizilimin kullanıcı tarafından belirlenen dizi yapısıyla gerçek dizilim arasındaki T dönüşüm matrisini doğrusal aradeğerlendirmeye bulunması fikrine dayanır. Doğru bir eşleme yapılabilmesi için; sanal dizilimdeki algılayıcı sayısı genellikle gerçek algılayıcı sayısından küçük seçilir. Ayrıca eşleme sadece belirli bir açısal sektör için yapılır ve kaynakların bu sektörde olduğu varsayılır. $A_g(\boldsymbol{\theta})$ UCA (g: gerçek dizilim) ve $A_s(\boldsymbol{\theta})$ ULA (s: sanal dizilim) için sektör içindeki açıların yapı matrisleri olsun. T eşleme matrisi şöyle tanımlanır, (4),

$$T = A_g(\boldsymbol{\theta})A_s(\boldsymbol{\theta})^+ = A_g(\boldsymbol{\theta})A_s^H(\boldsymbol{\theta})(A_s(\boldsymbol{\theta})A_s^H(\boldsymbol{\theta}))^{-1} \quad (4)$$

burada $A_s(\boldsymbol{\theta})^+$ Moore-Penrose sözde-tersidir. Her iki yapı matrisi de $(A_g(\boldsymbol{\theta})$ ve $A_s(\boldsymbol{\theta})$) daha önceden belirlenen $[\theta_b, \theta_c]$ arasındaki açısal sektörün $\Delta\theta$ aralıklarla bölünmesiyle oluşturulmuştur. T matrisi en küçük kareler çözümüyle bulunduğu için, $\theta_c - \theta_b$ farkı arttıkça, eşlemenin doğruluğu düşer. Diğer taraftan kaynağın yönü konusunda elimizde ön bilgi olmadığında $\theta_c - \theta_b$ farkını mümkün olduğunca büyük tutmaya çalışırız.

T matrisinin bulunmasındaki bir diğer problemde $A_s(\boldsymbol{\theta})A_s^H(\boldsymbol{\theta})$ matrisinin kötü-durumlu olabilmesidir [7]. Bu durum için [7]'de yaklaşık bir çözüm öngörülmüştür. Aşağıda bu problemin çözümü için Wiener formülasyonunu öneriyoruz.

UCA için verilen $x = A_g(\boldsymbol{\theta})s + n$ dan ULA için $\hat{x} = A_s(\boldsymbol{\theta})s + n$ bulmamız gerekmektedir. Eğer hatayı $e = \hat{x} - Tx$ olarak tanımlar ve T matrisi için MSE optimum çözümü bulursak, (5),

$$T = A_g(\boldsymbol{\theta})RA_s^H(\boldsymbol{\theta})[A_s(\boldsymbol{\theta})RA_s^H(\boldsymbol{\theta}) + R_n]^{-1} \quad (5)$$

ve $R = \sigma_s^2 I$ ve $R_n = \sigma_n^2 I$ kabul edilirse;

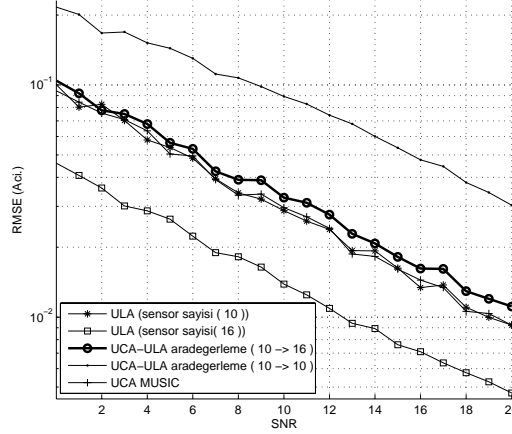
$$T = \sigma_s^2 A_g(\boldsymbol{\theta})A_s^H(\boldsymbol{\theta})[\sigma_s^2 A_s(\boldsymbol{\theta})A_s^H(\boldsymbol{\theta}) + \sigma_n^2 I]^{-1} \quad (6)$$

olur. (4) ve (6) daki eşleme matrislerini kıyaslırsak; Wiener formülasyonu daha fazla sayıdaki sensöre eşleme yapabilmemiz sağlar ve düşük SNR da daha iyi performans sağlar.

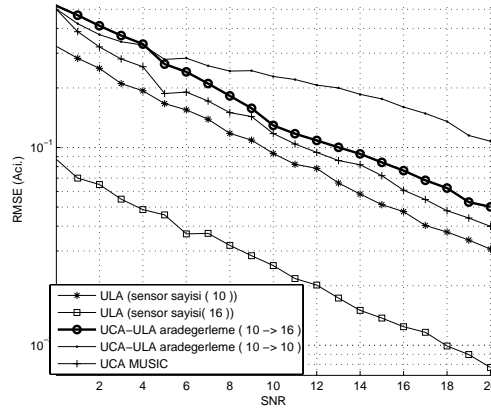
4. Benzetim Sonuçları

Wiener formülasyonu kullanarak UCA'daki eleman sayısından daha fazla sayıda eleman içeren ULA'ya yapılan eşlemenin DOA tahmininde getirdiği iyileşmeyi göstermek üzere 10 elemanlı bir UCA gerçekleştirilmiştir. ULA'daki eleman sayısı 16 seçilmiştir ve elemanlar arası uzaklık $0,28 \lambda$ olarak belirlenmiştir. Burada sanal

dizilimdeki elemanların pozisyonlarının UCA elemanlarının pozisyonlarına yakın olması amaçlanmıştır. Dizilim aradeğerleme yükselti açısı sabit tutularak, azimut açısının 75° ile 105° arasında 30 açı değeri için yapılmıştır. Gözlem sayısı $K = 256$ seçilmiştir. Deneyler 200 bağımsız deneme yapılarak elde edilen RMSE değerlerinin ortalaması alınarak değişik SNR’larda tekrarlanmıştır. Şekil (2) de tek kaynak için ($\theta_1 = 80.6^\circ$, $\phi_1 = 90^\circ$) UCA-ULA aradeğerleme (10 \rightarrow 16) ile UCA-ULA aradeğerleme (10 \rightarrow 10) karşılaştırılmıştır. Şekil (2) de görüldüğü gibi 16’lık bir ULA’ya eşleme ciddi bir performans artışı sağlamıştır ve UCA-MUSIC algoritmasıyla benzer bir performans göstermiştir. Aynı dizilim yapıları için ve sektör içinde üç kaynak ($\theta_1 = 80^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$, $\theta_3 = 100^\circ$, $\phi = 90^\circ$ sabit) var iken elde edilen sonuçlar Şekil (3) de verilmiştir. Görüldüğü gibi kaynak sayısı arttıkça performans düşüşü gözlemlense de daha fazla sayıda elemana eşlemenin performansı hala daha yüksektir.



Şekil 2. Sektör içindeki tek kaynak için algoritma performansları.



Şekil 3. Sektör içindeki üç kaynak için algoritma performansları.

Kaynaklar

- [1]. Bronez, T.P., “Sector interpolation of non-uniform arrays for efficient high resolution bearing estimation.”, In Proc. IEEE ICASSP’88, Nisan 1998, vol.5, s. 2885 – 2888.
- [2]. Friedlander, B., “The Root-MUSIC algorithm for direction finding with interpolated arrays”, Signal Processing, Ocak 1993, vol.30, s. 15 – 29.
- [3]. Pesavento, M., Gershman, A.J., Luo, Z. Q., “Robust array interpolation using second-order cone programming”, IEEE Signal Processing Lett., Ocak 2002, vol.9, s. 8-11.
- [4]. Friedlander, B., “A Sensitivity Analysis of MUSIC algorithm”, Proceedings IEEE Conference on Acoustics, Speech, and Sig. Proc., Mayıs 1989, s.2811-2814.
- [5]. Barabell, A.J., “Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms”, Proc. IEEE ICASP’83, Mayıs 1983, Boston, MA, s. 336-339.
- [6]. D. E. N. Davies, “A transformation between the phasing techniques required for linear and circular aerial arrays”, Proc. IEE, 112(11), 1965, s.2041-2045.
- [7]. Friedlander, B., Weiss, A. J., “Direction finding using spatial smoothing with interpolated arrays” IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Nisan 1992, Vol. 28, No.2, s.574-578.