

# Büyük Metamateryal Yapıların Çok Seviyeli Hızlı Çokkutup Yöntemiyle İncelenmesi<sup>†</sup>

Özgür Ergül<sup>1</sup>, Alper Ünal<sup>1</sup> ve Levent Gürel<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

<sup>2</sup>Bilişimsel Elektromanyetik Araştırma Merkezi (BİLCEM)

Bilkent Üniversitesi

TR-06800, Bilkent, Ankara

E-posta: ergul@ee.bilkent.edu.tr, runal@ug.bilkent.edu.tr, lgurel@bilkent.edu.tr

**Özet:** *Büyük metamateryal (MM) yapıların çok seviyeli hızlı çokkutup yöntemiyle (ÇSHÇY) etkin ve yüksek doğrulukta çözümleri gerçekleştirilmiştir. Bu yapılar ayırık halka rezonatörlerinin ve/veya ince çubukların periyodik bir biçimde dizilmesiyle elde edilir. Simetriden ve diğer kolaylaştırıcı varsayımlardan faydalanılmadan, problemlerin formülasyonu elektrik alan integral denkleminin kullanılmasıyla gerçekleştirilmiş, ÇSHÇY'nin kullanılmasıyla da yüksek sayılarda birim hücrelere sahip yapılar tasarlanmış ve incelenmiştir.*

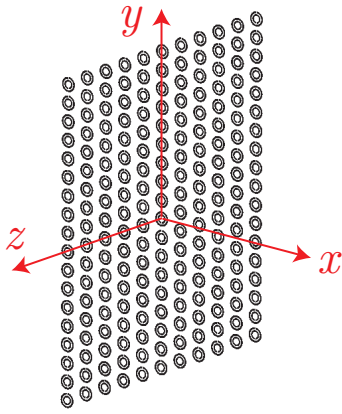
## 1. Giriş

Bu çalışmada büyük metamateryal (MM) yapılar incelenmiş ve bu yapılara ait elektromanyetik problemler yüksek doğrulukta ve verimli bir şekilde çözülmüştür. MM'ler genellikle birim hücrelerin periyodik bir biçimde dizilmesiyle elde edilir. Birim hücre olarak ayırık halka rezonatörleri (AHR) veya ince çubuklar (İÇ) kullanılmaktadır. Bu çalışmadaki yapıların incelenmesinde simetriden ve diğer kolaylaştırıcı varsayımlardan faydalanılmamış, problemlerin formülasyonu elektrik alan integral denkleminin (EAİD) (EFIE: electric-field integral equation) kullanılmasıyla gerçekleştirilmiştir. Çok seviyeli hızlı çokkutup yönteminin (ÇSHÇY) (MLFMA: multilevel fast multipole algorithm) [1] kullanılmasıyla da yüksek sayılarda birim hücrelere sahip yapılar tasarlanmış ve incelenmiştir. Çok büyük problemlerin çözümü için ayrıca paralel hesaplama teknikleri kullanılmıştır.

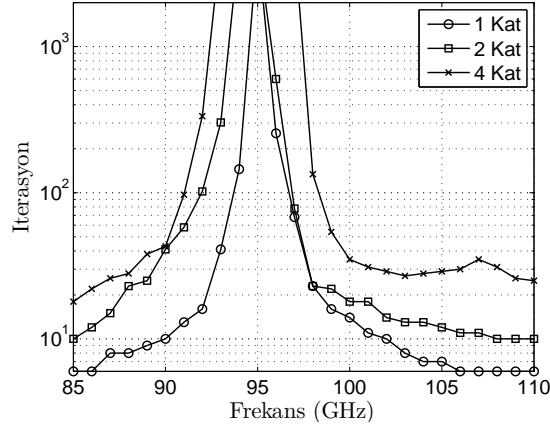
Bu çalışmada incelenen MM yapılar tek ve çok katlı AHR veya İÇ dizgelerinden elde edilmektedir. Birim hücrelerin fiziksel boyutları mikron seviyesindedir ve bunlar 100 GHz civarında negatif geçirgenlik gösterecek biçimde tasarlanmışlardır [2]. Örneğin, Şekil 1(a)'da  $18 \times 11$  AHR'den oluşan tek tabakalı bir dizge gösterilmiştir. Ayrıca AHR ve İÇ dizgelerinin aynı anda bulunduğu birleşik metamateryal (BMM) yapılar da ele alınmıştır. Özellikle,  $1 \times 18 \times 11$ ,  $2 \times 18 \times 11$ ,  $3 \times 18 \times 11$  ve  $4 \times 18 \times 11$  adet birim hücre içeren yapıların simülasyonları gerçekleştirilmiş ve bu yapıların elektromanyetik özellikleri detaylı olarak incelenmiştir. Yapılan simülasyonlarda iletken yüzeyler üçgenlere bölünmüş ve bilinmeyen indüklenen yüzey akımı Rao-Wilton-Glisson (RWG) [3] temel fonksiyonları ile açılmıştır. Elde edilen matris denklemlerindeki bilinmeyen sayıları 16,000 ile 65,000 arasında değişmektedir.

MM yapılara ait elektromanyetik problemlerde kaynak olarak düzlemsel dalgalar ve çeşitli pozisyonlarda ve değişik yönlere sahip ideal dipoller kullanılmıştır. Ayrıca, yönlü antenlerin hüzme şeklindeki aydınlatmalarını Maxwell denklemlerini sağlayacak biçimde modelleyebilmek için kompleks kaynak noktaları da kullanılmıştır. Bu aydınlatmalar sonucunda, sadece AHR'den inşa edilen yapılarla BMM yapıların çözümleri birbirleriyle karşılaştırılmış ve bu karşılaştırmalarda özel olarak güç geçirgenliğine ve gölgeleme özelliklerine bakılmıştır. Sonuçların görsel olarak incelenmesi için geçirgenlik değerleri MM yapıların etrafında pek çok noktada dikkatlice hesaplanmış ve bu değerlerin frekansa bağlı değişimleri gözlemlenmiştir. Birim hücre elemanlarının üzerlerinde indüklenen akımlar da MM yapıların daha iyi anlaşılması amacıyla incelenmiştir.

<sup>†</sup>Bu çalışma, TÜBİTAK (105E172), Türkiye Bilimler Akademisi (LG/TÜBA-GEBİP/2002-1-12), ASELSAN ve SSM tarafından desteklenmektedir.



(a)



(b)

**Şekil 1.** (a) Tek katmanlı  $11 \times 18$  AHR dizgesi. (b) 1-katmanlı, 2-katmanlı ve 4-katmanlı  $11 \times 18$  AHR dizgelerinin çözümü için gerekli iterasyon sayısı.

## 2. Metamateryal Yapıların Elektrik Alan İntegral Denklemiyle Çözümü

MM yapılarında bulunan yüzeyler mükemmel iletkenler olarak modellendiğinde, saçılım problemi

$$\hat{\mathbf{t}} \cdot \int_S d\mathbf{r}' \mathbf{J}(\mathbf{r}') \cdot \left( \bar{\mathbf{I}} - \frac{\nabla \nabla'}{k^2} \right) g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{i}{k\eta} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \quad (1)$$

şeklinde EAİD ile ifade edilebilir. Bu denklemde,  $\mathbf{J}(\mathbf{r})$  bilinmeyen yüzey akımını,  $\hat{\mathbf{t}}$  yüzey üzerindeki teğet vektörü,  $\mathbf{E}^i(\mathbf{r})$  gelen elektrik alanını ve  $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  MM yapıların içinde bulunduğu ortama ait Green fonksiyonunu ifade etmektedir. Ayrıca,  $k$  ve  $\eta$  ortamın dalga numarası ve empedansıdır. Deneysel çalışmalara uygun olarak ortamın göreceli dielektrik sabiti  $\epsilon_r = 4.8$  olarak alınmıştır [2]. Bilinmeyen akımın  $\mathbf{b}_n(\mathbf{r})$  temel fonksiyonlarıyla açılması ve sınır koşullarının  $\mathbf{t}_m(\mathbf{r})$  test fonksiyonlarıyla test edilmesi sayesinde

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn}^E a_n = v_m^E, \quad m = 1, \dots, N \quad (2)$$

olarak gösterilebilen yoğun matris denklemi elde edilir. Bu denklemdeki matrisin ve sağ-taraf vektörünün elemanları sırasıyla

$$Z_{mn}^E = \int_{S_m} d\mathbf{r} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} d\mathbf{r}' \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \frac{1}{k^2} \int_{S_m} d\mathbf{r} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} d\mathbf{r}' \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') \cdot \left[ \nabla \nabla' g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right] \quad (3)$$

ve

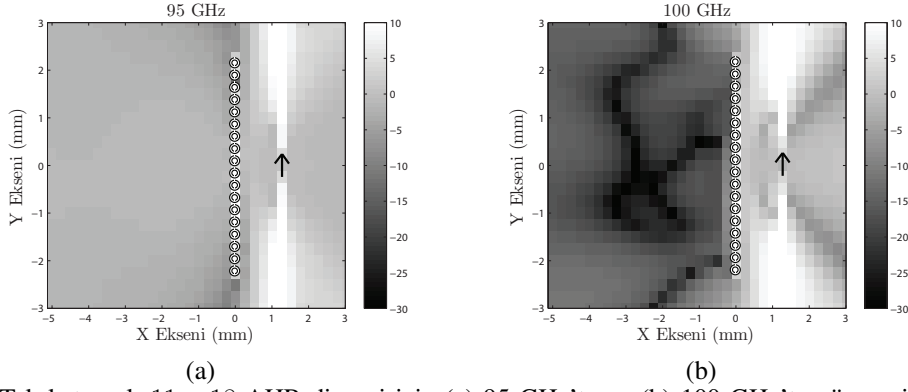
$$v_m^E = \frac{i}{k\eta} \int_{S_m} d\mathbf{r} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \quad (4)$$

şeklinde hesaplanabilir.

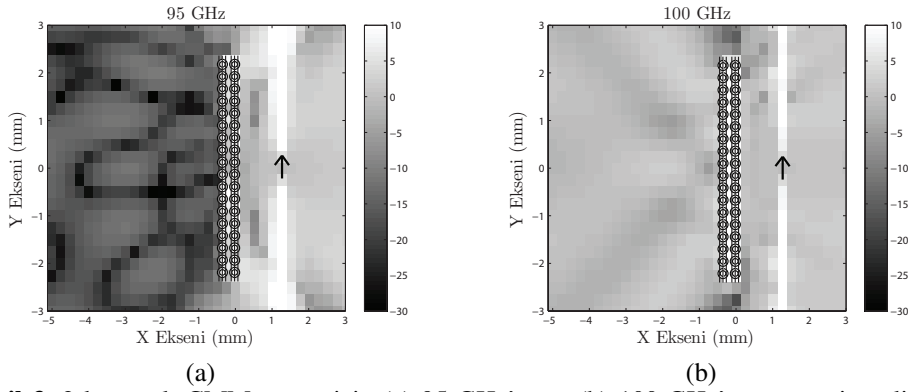
Pek çok MM probleminde oluşturulan yoğun matris denklemlerindeki bilinmeyen sayısı 10,000'den yüksek olduğundan çözümler iteratif olarak ve ÇSHÇY'nin kullanılmasıyla gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, iterasyonların hızlandırılması için yakın-alan etkileşimlerinden elde edilen güçlü öniyleştiriciler kullanılmıştır. Öte yandan, bazı sayısal rezonanslardan dolayı MM problemlerinin çözümleri çok zor olabilmektedir. Örneğin, Şekil 1(b)'de, çeşitli katmanlara sahip  $11 \times 18$  AHR dizgelerinin çözümü için gerekli olan iterasyon sayıları gösterilmiştir. Güçlü yakın-alan öniyleştiriciler kullanıldığı halde 95 GHz'deki iterasyon sayıları 2000'i aşmaktadır. Bu gibi durumlarda, problemlerin etkin çözümleri için geliştirilmiş tekniklerin uygulanmasıyla elde edilen çok güçlü öniyleştiriciler kullanılmıştır.

## 3. Sonuçlar

Tek tabakalı  $11 \times 18$  AHR'nin kullanılmasıyla elde edilen MM yapıya ait güç geçirgenliği Şekil 2'de gösterilmiştir. Geçirgenlik bölgesi şekillerde belirtilen AHR dizgesinin sol tarafındadır ve dizge ideal dipol ile aydınlatılmıştır.



Şekil 2. Tek katmanlı  $11 \times 18$  AHR dizgesi için (a) 95 GHz'te ve (b) 100 GHz'te güç geçirgenliği.



Şekil 3. 2-katmanlı CMM yapısı için (a) 95 GHz'te ve (b) 100 GHz'te güç geçirgenliği.

Şekil 2(a)'daki 95 GHz sonucunda güç geçirgenliğinin 0 desibel civarında olduğu ve dizgenin bu frekansta saydam davrandığı anlaşılmaktadır. Öte yandan, Şekil 2(b)'deki 100 GHz sonucunda, beklendiği gibi güç geçirgenliği önemli ölçüde düşmektedir. Bunun nedeni, dizgenin ortamda negatif manyetik geçirgenlik (permeability) oluşturmasıdır. Böylece, dizge gölgeleme özelliği göstermekte ve solundaki bölgeye elektromanyetik alanların geçmesine engel olmaktadır.

İki tabakalı  $11 \times 18$  AHR dizgesine İÇ'lerin eklenmesiyle tasarlanan BMM yapıdan elde edilen sonuçlar Şekil 3'te gösterilmiştir. BMM'ler AHR dizgelerinden farklı olarak normal frekanslarda düşük güç geçirgenliği özelliğine sahiptirler. Bu yüzden, Şekil 3(a)'daki 95 GHz sonucunda BMM dizgesinin solunda gölgeleme etkisi gözükmemektedir. Öte yandan, Şekil 3(b)'de gösterildiği gibi, 100 GHz'te BMM yapısının güç geçirgenliği artmakta ve 0 desibel civarına çıkmaktadır. Bunun nedeni, BMM'nin ortamda oluşturduğu elektriksel geçirgenliğin (permittivity) ve manyetik geçirgenliğin aynı anda negatif olmasıdır.

## Kaynaklar

- [1] C.-C. Lu ve W. C. Chew, "Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, cilt 45, no. 10, s. 1488–1493, Ekim 1997.
- [2] M. Gokkavas, K. Güven, I. Bulu, K. Aydın, R. S. Penciu, M. Kafesaki, C. M. Soukoulis ve E. Özbay, "Experimental demonstration of a left-handed metamaterial operating at 100 GHz," *Phys. Rev. B.*, cilt 73, no. 193103, 2006.
- [3] S. M. Rao, D. R. Wilton ve A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, cilt AP-30, s. 409–418, Mayıs 1982.