

Düzlem Dalga Metoduyla Fotonik Band Boşluklarının Belirlenmesi

Ebru GEDİK, Ercan TOPUZ
İstanbul Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Avcılar, İstanbul
gedike@istanbul.edu.tr.

İstanbul Teknik Üniversitesi
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
Maslak, İstanbul
topuz@ehb.itu.edu.tr

Özet: Bu çalışmada Düzlem Dalga yöntemini kullanarak FKF yapılarının frekans izgesinde oluşan fotonik band boşluklarının elde edilmesi incelenmiştir. Göz önüne alınan iki farklı FKF yapılarında kırılma indisinin kesit içi periyodik değişimleri birbirinden farklıdır. Bu FKF'ler üçgensel (hekzagonal simetriye sahip) ve balpeteği kafes yapılarına sahiptirler. Elektromanyetik dalganın FKF yapılarının kesit düzlemi içinde ilerlediği kabul edilip, iki polarizasyon ele alınmıştır. İncelediğimiz FKF yapılarının frekans izgesinde oluşan FBB'leri sayısal sonuç olarak verilmiştir.

1. Giriş

Fotonik Kristal Fiber'ler (FKF'ler) son zamanlarda yoğun ilgi uyandıran bir konu olmuştur. FKF yapılarında ışık oldukça farklı iki mekanizmadan birini kullanarak iletilir. Bu mekanizmalar Tam İç Yansıma (TİY) mekanizması ve Fotonik Band Boşluğu (FBB) etkisi [1]-[3]. Bir FKF'de TİY meydana getirmek için, çekirdeğin kendisini çevreleyen kılıf ortamına göre daha yüksek bir kırılma indisine sahip olması gerekmektedir. TİY uzun zamanlar bilinen ve teknolojik olarak kullanılan bir fiziksel mekanizmadır. Ancak geçen on yıl içerisinde araştırmalar Fotonik Band Boşluğu olarak bilinen yeni bir fiziksel mekanizmanın varlığını ortaya koymuştur. Fotonik band boşluğu (FBB) ise dielektrik malzemenin periyodik oluşu sonucu meydana gelir. FBB yapılarını karakterize eden özellikler, frekans izgesinde durdurma ve geçirme bandlarının oluşmasıdır.

Bu bildiride Düzlem Dalga yöntemini kullanarak FKF yapılarının frekans izgesinde oluşan fotonik band boşlukları bulunmuştur. İncelediğimiz iki farklı FKF yapılarında kırılma indisinin kesit içi periyodik değişimleri birbirinden farklıdır. Bu FKF'ler üçgensel (hekzagonal simetriye sahip) ve balpeteği kafes yapılarına sahiptirler. İncelediğimiz FKF yapılarının frekans izgesinde oluşan FBB'leri sayısal sonuç olarak verilecektir.

2. Yöntem

İncelediğimiz FKF'lerde elektromanyetik dalganın FKF yapılarının kesit düzlemi içinde ilerlediği kabul edilip, iki polarizasyon ele alınmıştır: H polarizasyon (TE) ve E polarizasyon (TM). H polarizasyonda manyetik alan vektörü FKF yapısının kesit düzlemine diktir. E polarizasyonda ise elektrik alan vektörü kesit düzlemine dik olmaktadır. H ve E polarizasyona ilişkin kesit içi propagasyonu belirleyen dalga denklemleri sırasıyla aşağıda verilmektedir [4].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\epsilon_r(x, y)} \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\epsilon_r(x, y)} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right] + \frac{\omega^2}{c^2} H_z = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\epsilon_r(x, y)} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] E_z + \frac{\omega^2}{c^2} E_z = 0 \quad (2)$$

Düzlem dalga metodunda göre H polarizasyonda kırılma indisi ve manyetik alan ifadelerinin 2 boyutlu Fourier açılımları kullanılır:

$$\frac{1}{\epsilon_r(x, y)} = \sum_{h_1=-N}^N \sum_{h_2=-N}^N K(h_1, h_2) e^{j\vec{G}\cdot\vec{r}} \quad (3)$$

$$H_z(x, y) = \sum_{h_1=-N}^N \sum_{h_2=-N}^N A(h_1, h_2) e^{j(\vec{k}+\vec{G})\cdot\vec{r}} \quad (4)$$

Burada $\vec{k} = k_x \vec{u}_x + k_y \vec{u}_y$, iki boyutlu dalga vektörü, $\vec{r} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y$, konum vektörü ve $\vec{G} = h_1 \vec{b}_1 + h_2 \vec{b}_2$ ise frekans izgesi kafes vektörlerini gösterir. \vec{G} ifadesinde h_1 ve h_2 tamsayı değerlerini alırlar. Frekans izgesi temel kafes vektörleri (primitive reciprocal lattice vectors) ise \vec{a}_1, \vec{a}_2 periyodik yapının temel kafes vektörleri (primitive lattice vectors) olmak üzere aşağıda verilen ifadelerle hesaplanır.

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}, \vec{b}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \quad (5)$$

3 ifadesinde $K(h_1, h_2)$ katsayıları ise FKF'in periyodik kılıf yapısının birim hücresi üzerinden 2 boyutlu ters Fourier dönüşümü alınarak bulunur.

$$K(h_1, h_2) = \frac{1}{BHA} \iint_{BH} \frac{1}{\epsilon_r(x, y)} e^{-j\vec{G} \cdot \vec{r}} dx dy \quad (6)$$

Burada BHA birim hücre alanını, BH ise birim hücreyi göstermektedir.

E polarizasyonu göz önüne alındığında ϵ_r^{-1} ve $K(h_1, h_2)$ ifadeleri 1 ve 6 denklemlerindeki gibidir. Elektrik alan ifadesi ise aşağıdaki gibi yazılır.

$$E_z(x, y) = \sum_{h_1=-N}^N \sum_{h_2=-N}^N B(h_1, h_2) e^{j(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{r}} \quad (7)$$

H ve E polarizasyonu için 3, 4 ve 7 bağıntılarının 1 ve 2 eşitliklerinde yerine konulması ile $A(h_1, h_2)$ ve $B(h_1, h_2)$ katsayılarına ilişkin özdeğer denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

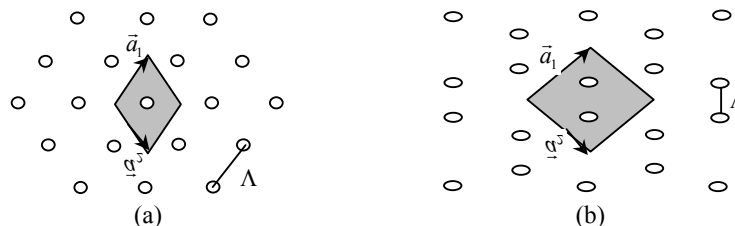
$$\sum_{G'} (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') K(G - G') A(G') = \frac{w^2}{c^2} A(G) \quad (8)$$

$$\sum_{G'} K(G - G') |\vec{k} + \vec{G}'|^2 B(G') = \frac{w^2}{c^2} B(G) \quad (9)$$

8 ve 9 özdeğer denklemleri \vec{k} dalga vektörünün değerleri için hesaplanarak, frekans izgesinde H ve E polarizasyonlara ait fotonik band boşlukları bulunacaktır. Fakat \vec{k} 'nin her farklı değeri, farklı bir moda karşılık gelmemektedir. Bu nedenle dalga vektörünün her değeri için özdeğer denklemleri çözmeye gerek yoktur. Frekans uzayında sınırladığımız bölge içerisindeki \vec{k} değerlerini kullanmak yeterli olacaktır. Bu bölge "Brillouin bölgesi" olarak isimlendirilir. Periyodik yapıların çoğunda Brillouin bölgesi de simetri dönüşümleri yardımıyla elde edilen alt bölgelere ayrılabilir. Dolayısıyla hesapların indirgenemez Brillouin bölgesi olarak adlandırılan bu bölge için yapılması yeterlidir. Diğer taraftan maksimum difraksiyon, \vec{k} 'nin indirgenemez Brillouin bölgesini sınırlayan eğri üzerinde değişimi sırasında olur [4]. Bu nedenle, band boşluklarının belirlenmesinde \vec{k} 'nin değişimi bu bölgenin sınırlarını belirleyen eğri üzerinde göz önüne alınması yeterlidir.

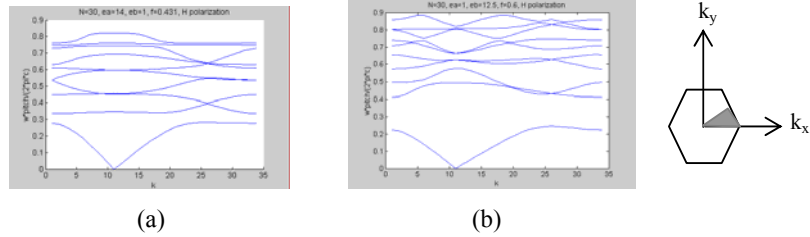
3. Sayısal Sonuçlar

Üçgensel (hekzagonal simetrik) ve balpeteği kafes yapılarına sahip FKF yapıları, birim hücreleri ve temel kafes vektörleri şekil-2a ve şekil-2b'de sırasıyla gösterilmektedir. Balpeteği kafes yapısına sahip FKF yapısının hekzagonal simetriden farkı ise, hekzagonların merkezinde bulunan elemanların çıkarılmış olmasından ibarettir.



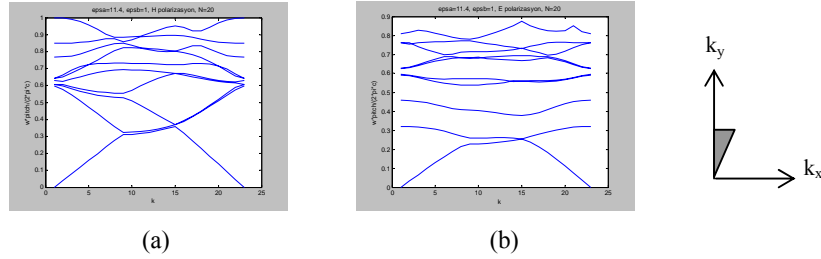
Şekil-2: FKF yapıları ve birim hücreler. (a) Üçgensel kafes yapısına sahip (b) Balpeteği kafes yapısına sahip

Düzlem dalga yöntemi şekil-2’de verilen FKF yapılarına uygulanarak, frekans izgesinde oluşan fotonik band boşlukları bulunmuştur. Şekil-3’de, şekil-2a’da verilen üçgensel kafes yapısına sahip FKF yapısının hem H (şekil-3a) hem de E (şekil-3b) polarizasyonlarında oluşan FBB’ları görülmektedir. Yaptığımız çözümün doğruluğunu sınamak amacıyla şekil-3’de verilen grafiklerde, FKF yapısının kırılma indisi değerleri ve hava dolum oranları, hegzagonal simetrik FKF yapısı için [4] makalesinde verilen parametre değerlerinin aynısı alınarak, sonuçlar karşılaştırılmıştır. Elde ettiğimiz sonuçlar literatürde verilmiş olanlarla çok iyi bir uyum göstermektedir. Ayrıca şekil-3’de \vec{k} ’nin değişim bölgesini gösteren indirgenemez Brillouin bölgeside gösterilmiştir.



Şekil-3: Fotonik band yapısı (a) H polarizasyon: $\epsilon_a=14$, $\epsilon_b=1$, $f=0.431$; (b) E polarizasyon: $\epsilon_a=1$, $\epsilon_b=12.5$, $f=0.8$.

Balpeteği kafes yapısına sahip FKF yapısının frekans izgesinde oluşan fotonik band boşlukları ise şekil’4 de görülmektedir. Bu hesaplamalarda göz önüne alınan kafes yapısının hava içine yerleştirilmiş dielektrik çubuklardan oluştuğuna dikkat edilmelidir. Hesaplamalarda dielektrik silindirlerin çapı d ile delikler arasındaki mesafe Λ oranı $d/\Lambda=0.3$ olarak alınmıştır. Bu şekillerden H (şekil-4a) polarizasyonda band boşluğu bulunmadığı, E (şekil-4b) polarizasyonda ise oldukça geniş band boşluklarının bulunduğu görülmektedir.



Şekil-4: Fotonik band yapısı, $\epsilon_a=11.4$, $\epsilon_b=1$ (a) H polarizasyon (b) E polarizasyon

4. Tartışma

Bu çalışmada Düzlem Dalga yöntemini kullanarak H ve E polarizasyonlarında üçgensel (hegzagonal simetriye sahip) ve balpeteği kafes yapılarına sahip FKF’lerin frekans izgelerinde oluşan fotonik band boşluklarının elde edilmesi incelenmiştir. Göz önüne alınan üçgensel (hegzagonal simetriye sahip) ve balpeteği kafes yapılarına sahip FKF yapılarının frekans izgesinde oluşan FBB’ları sayısal sonuç olarak verilmiştir.

5. Kaynaklar

- [1] A. Bjarklev, J. Broeng, S.E. Barkou Libori, E. Knudsen, ve H. R. Simonsen “ Photonic Crystal Fiber Modelling and Applications, 2000 Optical Society of America.
- [2] T. A. Birk, P. J. Roberts, P. St. J. Russell, D. M. Atkin, ve T. J. Shepherd, “ Full 2-D photonic bandgaps in silica/air structures,” Electron. Lett., vol. 31, sayfa 1941-1942, 1997.
- [3] John D. Joannopoulos, Robert D. Meade, Joshua N. Winn, “ Photonic Crystals: Molding the Flow of Light”, Princeton University Press, 1995.
- [4] M. Plihal , A. A. Maradudin, “ Photonic band structure of two-dimensional systems: The triangular lattice”, Physical Review B, 15 October 1991-II.