

Farklı Drude Materyalleri İle Dolu Paralel Levhalı Düzlem Dalga Kılavuzlarındaki Jonksiyon Süreksizlikleri*

Taner Şengör, Olikay Gökçe Yakar**
Yıldız Teknik Üniversitesi
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
Yıldız, İstanbul
sengor@yildiz.edu.tr,

**Türk Ekonomi Bankası A. Ş.
Bilgi İşlem Bölümü
Fındıklı, İstanbul
ogokce@teb.com.tr

Özet: Bu bildiride, özellikleri frekansa bağlı olarak değişen iki adet farklı malzemenin düzlemsel sonsuz uzun ve mükemmel elektrik iletken iki adet paralel levha arasına kaskat bağlı olarak yerleştirilmesiyle oluşturulan yapı gözönüne alınmıştır. Bu malzemelerin arakesit yüzeylerinde oluşan süreksizliklerin ve malzemelerin dispersif özelliklerinin levhalar arasındaki ortamda yayılan elektromagnetik dalgaların propagasyonu üzerindeki etkileri incelenmiştir. Dielektrik malzemelerin frekansa bağlı değişimlerinin linci dereceden Drude dispersiyonu yapısında olduğu varsayılmıştır. TEM_z , TE_z ve TM_z modları incelenmiştir. Yoruma elverişli sayısal sonuçlar elde edilmiştir.

1. Giriş

Dispersif malzemelerin yer aldığı çeşitli uygulamalar günümüzde gittikçe artmaktadır. İnsan dokusu gibi özellikleri frekans ile değişen yapılar üzerindeki çalışmaların büyük önem taşıdığı da gözönüne alındığında, aşağıdaki örneğin dispersif malzemeler içeren dalga kılavuzlarının önemini vurgulayacağı açıktır:

Günümüzde yaygın şekilde tıpta kullanılan MR kabini bir dalga kılavuzu olarak gözönüne alınabilir. MR kabininin içinde bulunan insan bu anlamda dispersif bir ortamdır. Bu bakımdan, dispersif malzeme ile dolu çeşitli dalga kılavuzlarında elektromagnetik alan değişimlerini incelemek böyle problemlere katkı sağlar. Diğer bir açıdan atmosfer ve atmosferin üst tabakalarının uzay ve uydu haberleşmesi ile AWACS ve benzeri savunma sistemleri bakımından önemi açıktır. Atmosferin üst tabakalarının dispersif olması belirttiğimiz türden problemlerin uygulamadaki önemini ortaya koymaktadır.

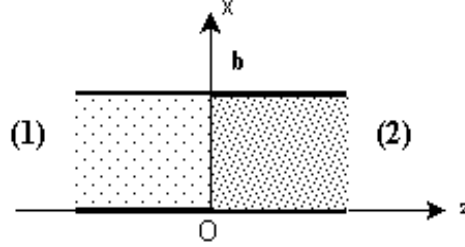
Bu bildiride, Drude materyali gözönüne alınarak kaynaksız, lineer, magnetik olmayan ve iletkenlik kaybının olmadığı durum incelenmiştir. İyonosferin Drude materyalleri ile dolu küresel bir dalga kılavuzuna benzetilmesi [1] olanaklı olduğundan bu bildiride ele alınan problem söz konusu edilen nitelikteki problemlerin çözümüne de ışık tutacaktır. Alan büyüklüklerini bulmak için gerekli olan ve ortamın karakteristik büyüklüklerini içeren denklemler, ortamın dispersif özelliklerini uygun bir biçimde ortaya koyacak formda ifade edilmiştir. Uyarılan alanın zamanla sinüsoidal değişimli olduğu ve zamana bağlılığın $\exp(i\omega t)$ çarpanı ile ifade edildiği varsayılmıştır. Drude dispersiyonu ile birlikte alan büyüklükleri Binom ve Taylor seri açılımları yardımıyla yazılarak sınır koşulları uygulanmış ve bilinmeyen katsayılar arasındaki ilişkiler elde edilmiştir. Elde edilen eşitliklere ilişkin değişimler grafikler ile incelenerek alan değişimlerine ilişkin sonuçlar elde edilmiştir.

2. Problemin Formülasyonu

Şekil 1’de gösterildiği gibi $x=0$ ve $x=b$ düzlemlerine birer elektriksel mükemmel iletken levha konmak suretiyle oluşturulan paralel levhalı dalga kılavuzunun levhaları arasındaki $z<0$ ve $z>0$ bölgeleri linci dereceden Drude

* Bu çalışma Yıldız Teknik Üniversitesi Araştırma Fonu’na desteklenmiştir. Proje No: 99-04-03-02

tipinde dispersiyon karakteristiğine sahip ve magnetik olmayan iki farklı malzeme ile doludur. İnci bölgede pozitif z ler yönünde yayılan ve kaynağı $z \rightarrow -\infty$ da bulunan bir düzlemsel elektromagnetik dalga mevcuttur. Her iki dielektriğin de dispersiyonun kazandırdığı iletkenlik dışında ilave iletkenliğinin bulunmadığı, iletim özelliklerinin yalnızca Drude materyaline ilişkin ε tanımından kaynaklandığı varsayılmıştır. Mükemmel iletken levha düzlemleri y yönünde sonsuz uzunluktadırlar ve alan bu yönde bir değişim göstermemektedir.



Şekil 1. İki farklı dispersif malzeme ile dolu dalga kılavuzu:

1.Bölge : $z < 0$, $\varepsilon_1 \in \mathbb{C}$, μ_0 , $\sigma_1 = 0$. 2.Bölge: $z > 0$, $\varepsilon_2 \in \mathbb{C}$, μ_0 , $\sigma_2 = 0$.

Elektrik alan $+z$ yönünde, $\alpha_m > 0$ ve $\beta_m > 0$ olacak şekilde $\gamma_m = \alpha_m + i\beta_m$ propagasyon sabiti ile yayılmaktadır ($m \in \{1,2\}$). k_m dalga sayısı olmak üzere kompleks formda $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ aşağıdaki homojen Helmholtz denklemlerini sağlarlar:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{E}_m + (\gamma_m^2 + k_m^2) \vec{E}_m = 0, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{H}_m + (\gamma_m^2 + k_m^2) \vec{H}_m = 0 \quad (1)$$

1 ve 2 bölgeleri Drude tipinde ve farklı birer dispersif dielektrik malzemeye doludurlar. Debye materyali hali [2] de incelenmiştir. Bölgelerin kompleks permitivitesi, ω_{qm} ve v_{cm} m bölgesinin sıra ile radyan plasma frekansı ve kollizyon frekansı olmak üzere $\varepsilon_m(\omega) = 1 + \omega_{qm}^2 [\omega(jv_{cm} - \omega)]^{-1}$, $m \in \{1,2\}$ gibidir. Önce alan bileşenleri arasında Maxwell denklemleri yardımıyla gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra (1) denklemleri ile $x=0$ ve $x=b$ 'deki mükemmel iletken düzlemler üzerindeki sınır koşulları ve $z=0$ daki geçiş koşulları ile $z \rightarrow \pm\infty$ daki radyasyon koşulları yardımıyla

$$E_x^m(x) = -\frac{\gamma_m}{(\gamma_m)^2 + (k_m)^2} B_z^m \frac{n_m \pi}{b} \cos\left(\frac{n_m \pi}{b} x\right), \quad E_y^m(x) = -\frac{i\omega\mu_0(n_m \pi)^2}{(\gamma_m)^2 + (k_m)^2} \frac{D_x^m}{\gamma_m b^2} \sin\left(\frac{n_m \pi}{b} x\right), \quad E_z^m(x) = B_z^m \sin\left(\frac{n_m \pi}{b} x\right) \quad (2a)$$

$$H_x^m(x) = D_x^m \sin\left(\frac{n_m \pi}{b} x\right), \quad H_y^m(x) = -\frac{i\omega\varepsilon_m}{(\gamma_m)^2 + (k_m)^2} B_z^m \frac{n_m \pi}{b} \cos\left(\frac{n_m \pi}{b} x\right), \quad H_z^m(x) = \frac{1}{\gamma_m} D_x^m \frac{n_m \pi}{b} \cos\left(\frac{n_m \pi}{b} x\right) \quad (2b)$$

elde edilir. Burada B_z^m ve D_x^m bilinmeyen katsayılardır. Yukarıdaki ifadeler, $k_m = n_m \pi / b$, $n_m = 1, 2, 3, \dots$ oldukça her zaman sağlanır. İfadelerde yer alan propagasyon sabiti, $\gamma_m = [(n_m \pi / b)^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_m]^{1/2}$ gibidir. γ_m in reel ve sanal kısımları,

$$\Gamma_m = \left\{ \left[\left(\frac{n_m \pi}{b} \right)^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 + \frac{(\omega_{qm} \omega)^2 \mu_0 \varepsilon_0}{\omega^2 + (v_{cm})^2} \right]^2 + \left[\frac{(\omega_{qm} \omega)^2 v_{cm} \mu_0 \varepsilon_0}{\omega [\omega^2 + (v_{cm})^2]} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (3a)$$

$$\xi_{m1} = \Gamma_m + \left(\frac{n_m \pi}{b} \right)^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 + \frac{(\omega_{qm} \omega)^2 \mu_0 \varepsilon_0}{\omega^2 + (v_{cm})^2}, \quad \xi_{m2} = \Gamma_m - \left(\frac{n_m \pi}{b} \right)^2 + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - \frac{(\omega_{qm} \omega)^2 \mu_0 \varepsilon_0}{\omega^2 + (v_{cm})^2} \quad (3b)$$

olmak üzere $\gamma_m = [\sqrt{\xi_{m1}} + i\sqrt{\xi_{m2}}] / \sqrt{2} = \gamma_{mr} + i\gamma_{ms}$ şeklindedir. Propagasyon sabitinin tanımındaki reel ve sanal kısımlarının pozitif olması varsayımı nedeniyle $\gamma_{1r} > 0$ yani $\xi_{11} > 0$ ve $\gamma_{1s} > 0$ yani $\xi_{12} > 0$ olmalıdır. Drude

materyali, $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty + \varepsilon_0 \varepsilon_s - \varepsilon_\infty / (1 + j\omega\tau_0)$ ve $\omega_q^2 / [\omega(j\nu_c - \omega)] = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) / (1 + j\omega\tau_0)$ olmak üzere Debye materyali cinsinde ifade edildiğinde ve

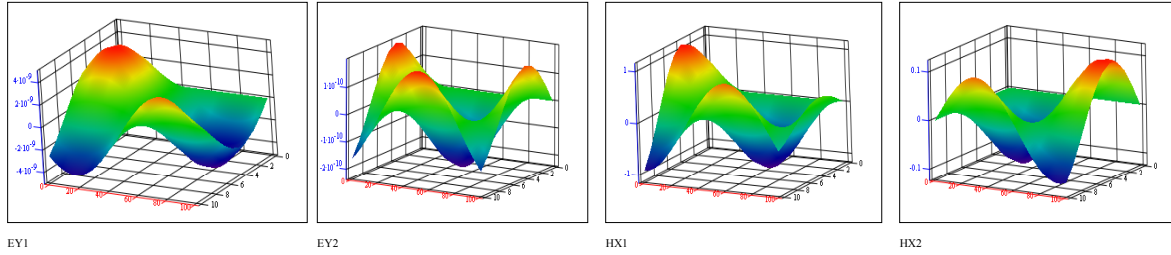
$$\omega \left| \tau_0 (\varepsilon_s / \varepsilon_\infty - 1) [1 + (\omega\tau_0)^2 + (\varepsilon_s / \varepsilon_\infty - 1)]^{-1} \right| / (2\varepsilon_\infty) \ll 1 \quad (4)$$

eşitsizliği sağlandığı takdirde dielektrik ortamlar içinde ve arakesit yüzeyinde birikmesi muhtemel akımlar ihmal edilebilecek mertebededir [3]. Burada ε_s , ε_∞ ve τ_0 , sıra ile Debye materyallerine ilişkin permitivite, statik dielektrik sabiti ve yüksek frekans limiti rölaksasyon süresidir. Yukarıdaki eşitliklerden belirlenecek ε_s , ε_∞ , τ_0 ve ω parametrelerinin (4) eşitsizliğini sağlayacağı hallere uyan ω_{qm} ve ν_{cm} değerleri için çözümler elde edilmiştir.

Kesim frekansını iki koşul altında elde etmek olanaklıdır: (i) $\nu_{cm} = 0$ ve c_0 boşlukta ışık hızı olmak üzere m-inci materyal için ω_{cm} kesim frekansı, $(\omega_{cm})_1 = [(n_m \pi c_0 / b)^2 + (\omega_{qm})^2]^{1/2}$ ve $(\omega_{cm})_2 = 0$ dir. (ii) $\omega_{qm} = 0$ için $\omega_{cm} = n_m \pi b^{-1} (c_0 \mu_0)^{-1/2}$ dir.

3. Alan Hesabı

TE_z modunun, $\varepsilon'_1 = 0.95$, $\varepsilon''_1 = -0.2$, $\varepsilon'_2 = 0.99$, $\varepsilon''_2 = -0.3$, $\nu_{c1} = -1.0048 \cdot 10^{12}$, $\nu_{c2} = -7.536 \cdot 10^{12}$, $\omega_{q1} = 2.316 \cdot 10^{11}$, $\omega_{q2} = 7.54 \cdot 10^{11}$, $\sigma_1 = -0.4726265$, $\sigma_2 = -0.6679788$, $b = \lambda_1 = 7.607 \cdot 10^{-3}$ m, $x = 0.01$ m için değişimi şekil 2 de verilmiştir [4].



Şekil 2. TE_z modu için 40 GHz'de 1 ve 2 bölgelerinde E_y ve H_x in, $-0.001 < z < 0.001$, $t = 1$ sn için değişimi.

4. Sonuçlar

Levhalar arasındaki uzaklık değişimleri için elde edilen sayısal sonuçlarla çizilen grafiklerden x'in magnetik ve elektrik alan bileşenlerine etkileri irdelenmiştir. E'nin x ve y bileşenlerinin x yönündeki değişimden etkilendiği z bileşeninin ise etkilendiği sonucu bulunmuştur. Tüm bu sonuçlar 40, 45 ve 50 GHz için geçerlidir. Levhalar arasındaki uzaklık değişiminin etkileri frekanstan bağımsız olmakla birlikte bu, levhalar üzerindeki akım yoğunluğunun genliğini etkilemektedir. Levhalar arasındaki uzaklık dalga boyunun yarısına eşit alındığında y bileşeninin fazı değişim göstermektedir. Bu değişim magnetik alan bileşeninde olduğu gibi frekanstan bağımsızdır. Magnetik ve elektrik alan bileşenlerinin frekans ile değişimi irdelendiğinde ise 40GHz için bir farklılık yoktur ancak 45GHz ve 50GHz de dalga iki farklı frekanstaki dalganın süperpozisyonu görünümünü kazanmaktadır.

Kaynaklar

- [1]. Şengör T., "Dispersive slab waveguide modeling of discontinuities in ionosphere", Proceedings of International Conference on RAST, Kasım 2003, İstanbul, Türkiye, s.658-662.
- [2]. Costa L. ve Şengör T., Time-Harmonic Waves in a Dispersive and Isotropic Medium Between Two Infinite Parallel Plates, Helsinki University of Technology, Electromagnetics Lab. Report Series, Rapor no.370, 2001.
- [3]. Şengör T., Boundary Conditions on Time and Frequency Dependable Intersection Surfaces", Helsinki University of Technology, Electromagnetics Laboratory Report Series, Rapor no:362, 2001.
- [4]. Gökçe O., Drude Materyali ile Dolu Paralel Levhalı Düzlem Dalga Kılavuzlarının İncelenmesi. Doktora tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye, 2002.