

GPOF Yöntemiyle Radar İşaretinin Kutuplarının Bulunması

Cihan Erbaş
İstanbul Teknik Üniversitesi
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
Maslak, İstanbul
erbas@ehb.itu.edu.tr

Özet: Bu çalışmada elektromagnetik saçıcılardan yansıyan işaretlerin tüm kutup modellemesi ele alınmıştır. Genelleştirilmiş Fonksiyon Kalemleri (Generalized Pencil of Function - GPOF) yöntemi kullanılarak bir radar sisteminin kutuplarının elde edilebileceği gösterilmiştir. GPOF metodu genelleştirilmiş bir özdeğer probleminden ibarettir. Bu durum, bir matris çözümü ve bir polinomun köklerini bulmayı gerektiren iki adımlı Prony ve Pencil of Functions (POF) metodlarına göre daha kısa bir çözüm önerir. İdeal durumda(işaret $H(z)$ gibi bir rasyonel fonksiyonun impuls cevabı iken) GPOF yöntemi kullanılarak gerekli tüm parametreler belirlenebilir. Metodun nokta saçıcılara uygulaması ve elde edilen sonuçlar bir simülasyon örneğiyle gerçekleştirilmiştir.

1. Giriş

Hedef belirlemede hedefin çeşitli özelliklerinin elde edilmesi önemli bir problemdir. Zayıflama faktörü ve rezonans frekansı bilgisini içeren hedef kutuplarının yüksek doğrulukla bulunması sistem modellemede önemli bir adımdır. Kutup bulmada en çok kullanılan yöntemler Prony metodu ve POF metodudur[4]. POF metodunun genelleştirilmiş bir özdeğer problemine indirgenmesiyle GPOF yöntemi elde edilir. GPOF metodu tek adımlı olduğundan, bir matris çözümü ve bir polinomun köklerini bulmayı gerektiren Prony ve POF metodlarına göre daha az işlem yüküne sahiptir, ayrıca gürültü duyarlılığı açısından daha üstündür[1]. Bölüm 2’ de GPOF yönteminin türetimi, Bölüm 3’de ise bahsedilen metodun ISAR görüntüleme üzerine uygulaması verilmiştir.

2. Genelleştirilmiş Fonksiyon Kalemleri Metodu

Bir elektromagnetik işaret (yansıyan işaret)

$$y_k = \sum_{i=1}^M b_i \cdot z_i^k \quad k=0,1,2,\dots,N-1 \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir[2]. Bu formülde M , model derecesi; N , radar kesit alanı ölçümü sayısı; b_i , kompleks genlikler ve z_i , z domenindeki kutupları göstermektedir. GPOF yöntemi gereğince aşağıda verilen \mathbf{x}_i bilgi vektörleri oluşturulur:

$$\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_i = [y_i \ y_{i+1} \ \dots \ y_{i+N-L-1}]^T \quad (3)$$

Bu vektörlerden hareketle Y_1 ve Y_2 matrisleri tanımlanır:

$$Y_1 = [\mathbf{x}_0 \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_{L-1}] \quad (4)$$

$$Y_2 = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{x}_3 \ \dots \ \mathbf{x}_L] \quad (5)$$

$M \leq L \leq N-M$ için $Y_2 \cdot z \cdot Y_1$ matrisinin genelleştirilmiş özdeğerleri aranan z_i ($i = 1, 2, \dots, M$) kutuplarına karşılık gelmektedir. Yani $z = z_i$ değerleri $Y_2 \cdot z \cdot Y_1$ matrisinin rankını düşürür. Eğer $L = M$ ise bu metod POF yöntemine eşdeğerdir. Fakat GPOF metodunda genellikle $M < L < N-M$ durumu ele alınır[1].

$Y_2-z.Y_1$ matrisinin genelleştirilmiş özdeğerlerinin (z_i değerleri) bulunması için aşağıdaki algoritma geliştirilmiştir:

$$Y_1^+.Y_1.p_i = p_i \quad (6)$$

$$Y_1^+.Y_1.p_i = z_i.p_i \quad (7)$$

Eşitliklerinin sağlandığı gösterilebilir. Burada p_i , $Y_2-z.Y_1$ matrisinin genelleştirilmiş özvektörleri; Y_1^+ ise Y_1 matrisinin sanki – tersidir (pseudo – inverse). Y_1^+ 'yi elde edebilmek için Y_1 'e tekil değer ayrıştırması (Singular Value Decomposition – SVD) uygulanabilir, buradan Y_1^+ matrisine geçilir:

$$Y_1 = U.D.V^H \quad (8)$$

$$Y_1^+ = V.D^{-1}.U^H \quad (9)$$

olarak belirlenir. $Y_1^+.Y_1 = V.V^H$ ve $V^H.V = I$ olduğu göz önüne alınarak birkaç düzenlemeden sonra;

$$(Z-z_i.I).z_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, M) \quad (10)$$

elde edilir. Burada Z matrisi;

$$Z = D^{-1}.U^H.Y_2.V \quad (11)$$

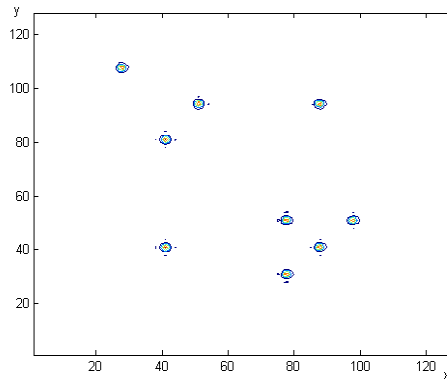
olarak, z_i ise;

$$z_i = V^H.p_i \quad (12)$$

olarak tanımlıdır. Bulunan z_i ve p_i değerleri sırasıyla Z matrisinin özdeğer ve özvektörleridir[1].

3.Yöntemin Radar İşaretine Uygulanması

Şimdi GPOF yöntemi ISAR görüntüleme kullanılan dokuz adet nokta saçıcının görüntüsünün elde edilmesinde kullanılacaktır. Şekil 1' de, sözkonusu noktalara ait elde bulunan frekans ve açı değerleri yardımıyla, iki boyutlu IFFT alınarak elde edilmiş iki boyutlu görüntü yer almaktadır. Eldeki frekans ve açı değerleri 64x64 boyutunda bir data matrisi oluşturmaktadır. Matristeki her bir satır sabit bir açıdaki ölçüme karşı düşerken her bir sütun sabit bir frekanstaki ölçüme karşı düşer[5,6]. GPOF yöntemi bir boyutlu bir metod olduğundan sonuçta elde edilecek görüntü bir boyutlu olacaktır. Başka bir deyişle verilen dokuz adet saçıcının iki boyutlu görüntüsü bir boyutlu olarak modellenerek nokta yerlerinin kestirimi yapılacaktır. Oluşturulan transfer fonksiyonu çizdirilince, sonuçta her bir noktaya karşı gelmek üzere bazı tepe değerleri gözlenecektir. Ayrıca bu tepe değerlerinin mutlaka dokuz adet olması gerekli değildir; çünkü bakış doğrultusunda saçıcıların konumları çakışabilir.



Şekil 1. Saçıcıların iki boyutlu görüntüsü

GPOF yönteminde bahsedilen y_k değerleri, hazır olarak bulunan 64×64 boyutundaki data matrisinin her bir satırıdır. Matrisin her bir satırı saçıcılara değişik bir bakış açısından bakılarak elde edilmiş değerlere karşı düştüğünden, belli bir bakış doğrultusu üzerinde çalışılacağı sonucu çıkarılabilir. Bu uygulamada rasgele olarak seçilen birinci ve beşinci satırlar üzerinde durularak, $L = 14$ ve $L = 20$ değerleri ele alınacaktır.

Tasarımda $M=9$, $N=64$, $i=1,2,\dots,9$ olarak belirlenmiştir. O halde seçilecek L değerleri $9 < L < 55$ ($M < L < N-M$ olduğundan) aralığında değişecektir. y_k değerleri ise ;

$$y_k = \sum_{i=1}^9 b_i \cdot z_i^k \quad k=0,1,2,\dots,63 \quad (13)$$

olarak bulunur. İlk satır üzerinde çalışılırsa, y_k değerleri data matrisinin ilk satırının elemanları olacaktır (ilk satır 1×64 boyutundadır; y_0 bu vektörün ilk değeri, y_1 ikinci değeri,....., y_{63} ise altmışdördüncü değeridir). $L = 14$ için oluşturulacak x_i bilgi vektörleri;

$$x_0 = [y_0 y_1 \dots y_{49}]^T \quad (14)$$

$$x_1 = [y_1 y_2 \dots y_{50}]^T \quad (15)$$

.

$$x_{13} = [y_{L-1} y_L \dots y_{62}]^T \quad (16)$$

$$x_{14} = [y_L y_{L+1} \dots y_{63}]^T \quad (17)$$

şeklinde. Bu vektörlerden hareketle Y_1 ve Y_2 matrisleri oluşturulur:

$$Y_1 = [x_0 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{13}] \quad (18)$$

$$Y_2 = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{14}] \quad (19)$$

Y_1 ve Y_2 matrislerinin boyutları 50×14 tür. Y_1 ' e SVD uygulanırsa;

$$Y_1 = U \cdot D \cdot V^H \quad (20)$$

elde edilir. $Z = D^{-1} \cdot U^H \cdot Y_2 \cdot V$ (14×14 boyutunda) matrisi bulunur. Z matrisinin özdeğerleri (λ_i ; $i= 1,2,\dots,14$) ise Tablo 1' de verilmiştir.

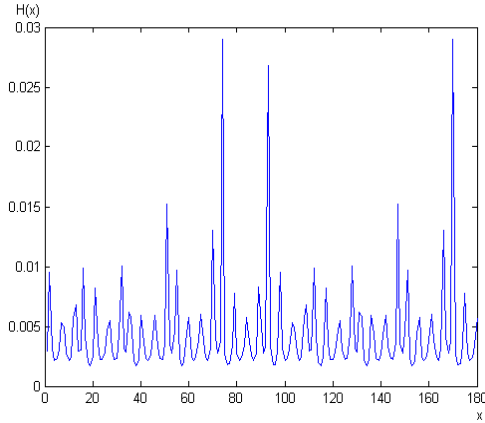
Tablo 1. Z matrisinin özdeğerleri

$\lambda_1 = -0.8128 + 0.5825i$	$\lambda_5 = -0.3089 - 0.1734i$	$\lambda_9 = 0.0448 - 0.0643i$	$\lambda_{13} = 0.2987 - 0.0889i$
$\lambda_2 = -0.7730 - 0.6344i$	$\lambda_6 = -0.1465 + 0.1866i$	$\lambda_{10} = 0.0529 - 0.7091i$	$\lambda_{14} = 0.7065 - 0.1256i$
$\lambda_3 = -0.4423 + 0.8969i$	$\lambda_7 = 0.0312 + 0.0558i$	$\lambda_{11} = 0.2232 + 0.1117i$	
$\lambda_4 = -0.3827 - 0.9239i$	$\lambda_8 = 0.0327 + 0.9995i$	$\lambda_{12} = 0.2588 - 0.9659i$	

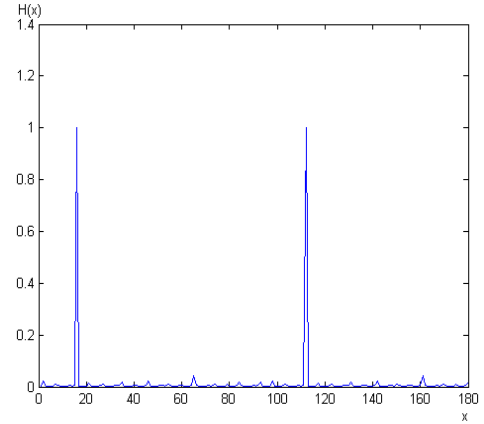
Gerekli olan kutup sayısı dokuz olmasına rağmen Z matrisinin boyutu gereğince ondört adet kutup bulunmuştur. O halde mutlak değeri en büyük olan dokuz tane kutup alınmalıdır. Daha sonra en küçük kareler metodu (LS) kullanılarak kompleks genlikler de elde edilebilir. Transfer fonksiyonu;

$$H(z) = \frac{1}{1 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + \dots + b_9 \cdot z^{-9}} \quad (21)$$

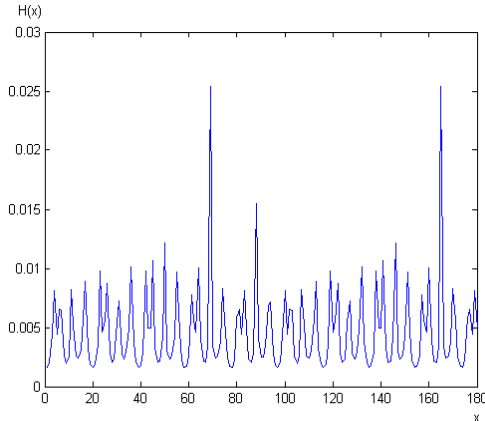
olarak bulunur. $z = \exp (j \cdot 4 \cdot \pi \cdot dfx \cdot x / c)$ değeri $H(z)$ ' de yerleştirilerek $H(x) - x$ grafiği çizilir[3]. z ifadesindeki dfx , frekans artım aralığını; c ise ışık hızını göstermektedir. Birinci satıra ilişkin MATLAB simülasyon sonuçları Şekil 2 ve Şekil 3' de, beşinci satıra ilişkin sonuçlar ise Şekil 4 ve Şekil 5' de verilmiştir. Beklendiği gibi saçıcılara karşı gelen bölgelerde tepe değerleri bulunmaktadır. Aynı işlemler istenen herhangi bir satır ve $M < L < N-M$ koşulunu sağlayan L değerleri için uygulanabilir.



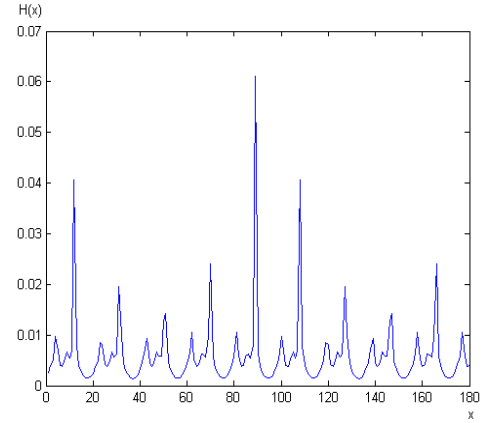
Şekil 2. L=14, 1. satır için bulunan sonuç



Şekil 3. L=20, 1. satır için bulunan sonuç



Şekil 4. L=14, 5. satır için bulunan sonuç



Şekil 5. L=20, 5. satır için bulunan sonuç

4.Sonuç:

Bir elektromagnetik sistemin kutuplarını bulmayı sağlayan GPOF yönteminin türetimi ve bu metodun radar işaretine uygulaması sunulmuştur. GPOF yöntemi, sistem kutuplarını genelleştirilmiş bir özdeğer probleminin çözümüyle elde eder; L. dereceden bir polinom çözümünü gerektirmemekle birlikte tek adımda sonuca ulaşarak hesap süresini kısaltır. Ayrıca tüm sistem kutuplarının kararlı olması koşulunu aramamaktadır. Tüm bu faktörler, GPOF metodunun geniş bir kullanım alanına sahip Prony yöntemine iyi bir alternatif olabileceği sonucunu getirmektedir.

Kaynaklar

- [1] Y. Hua, T.K. Sarkar, ' Generalized pencil – of – function method for extracting poles of an EM system from its transient response ', IEEE Transactions on Antennas and Propagation, cilt 37, s. 229 – 234, Şubat 1989.
- [2] J. Mackay, A. Mccowen, ' An improved pencil – of – functions method and comparisons with traditional methods of pole extraction ', IEEE Transactions on Antennas and Propagation , cilt 35, s. 435 – 441, Nisan 1987.
- [3] I. Erer, M. Kartal, A.H. Kayran, ' 2 – D data extrapolation for high resolution radar imaging using autoregressive lattice modeling ', IEE Proceedings on Radar – Sonar Navigation , cilt 148, s. 277 – 278, Kasım 2001.
- [4] V. K. Jain, T.K. Sarkar, D. D. Weiner, ' Rational modeling by pencil of function method ', IEEE Trans. Aucust., Speech, Signal Processing , cilt 3, s. 564 – 573, Haziran 1983.
- [5] D. L. Moffatt, R. Mains, 'Detection and discrimination of radar targets', IEEE Transactions on Antennas and Propagation, cilt 23, s. 358 – 367, Mayıs 1975.
- [6] D. Mensa, ' High resolution radar imaging ', Artech House, California, 1981.

