

İLERİ-GERİ YÖNTEMİ İLE TEK BOYUTLU ARAZİ KESİTLERİNDE DALGA YAYILIMI

Celal Alp Tunç, Ayhan Altıntaş, Vakur B. Ertürk

Bilkent Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Bilkent, Ankara – Türkiye
e-posta: celal@ee.bilkent.edu.tr, altintas@ee.bilkent.edu.tr, vakur@ee.bilkent.edu.tr

Özet: İleri-Geri (Forward-Backward) Yöntemi, tek boyutlu pürüzlü yüzeylerden saçılım hesaplanmasında etkinliği ispatlanmış yeni bir tekrarlamalı nümerik metottur. Yöntem ilk olarak, düşük açıyla aydınlatılan pürüzsüz, mükemmel iletken, tek boyutlu yüzeyler üzerinde oluşan elektromanyetik akımın hesaplanması için geliştirilmiştir. Yüzeyler üzerinde dalga boyuna göre oldukça büyük sayılabilecek yükseltmeler olabileceği düşünülmüş böylelikle gölgelenme de hesaba katılmıştır. Bu yöntemde yayılım matrisi, gözlem noktasının ilerisinin ve gerisinin katkısı ayrı ayrı düşünülmek suretiyle parçalanmakta ve yeni bir entegral denklem oluşturulmaktadır. Bu yeni denklemin analiziyle bilinmeyen akımların hesabı geleneksel LU ayrışım tekniklerinden daha hızlı ve daha az sayısal kayıt gereksinimi ile yapılabilmektedir. Metot zamanla geliştirilerek pürüzlü yüzeyler ve geniş şerit anten dizileri tasarımı gibi problemlere uygulanmıştır. Bu çalışmada; İleri-Geri Yöntemi tek boyutlu, geniş arazi kesitlerinde propagasyon (yayılım) simülasyonu amacıyla uygulanarak yeni bir bakış açısı ortaya konulmaktadır.

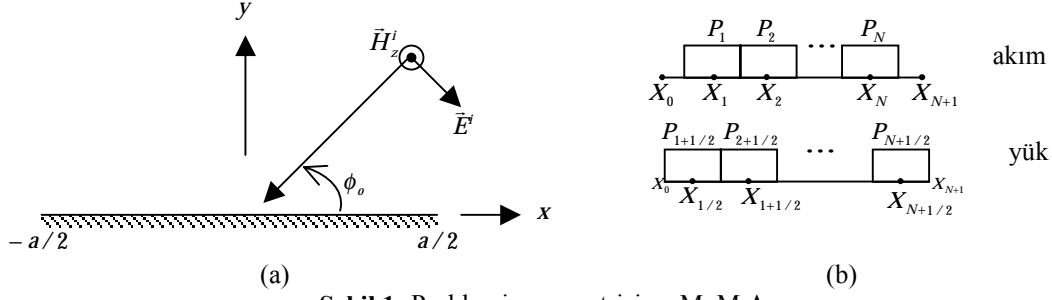
I. Giriş

Pürüzlü yüzeylerden elektromanyetik saçılma konusu son yıllarda yoğunlukla işlenmektedir. Bu konudaki en son gelişmeler, saçılma probleminin doğrudan nümerik simülasyonu üzerine odaklanmaktadır. Moment metodu [1] (MoM) gibi entegral denklemlere dayanan popüler birkaç nümerik teknik düşük açılı saçılım problemlerinde kullanılmaktadır. Geliş açısı azaldıkça, çoklu saçılım, gölgelenme ve kırınım gibi analitik olarak modellenmesi güç etkiler önem kazanmaktadır. Ayrıca, düşük geliş açıları, geniş yüzey bölgelerinin hesaba katılması zorunluluğunu ortaya çıkarmakta böylece çok sayıda yüzey bilinmeyenini (N) gerekmekte ve bu yüzden daha güçlü nümerik yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Geçtiğimiz yıllarda MoM ile pürüzlü yüzeylerden saçılma problemini analiz etmek için gerekli olan bilgisayar işlem sayısını azaltacak değişik yöntemler geliştirilmiştir. Yeni ve güçlü bir yöntem olan ileri-geri (forward-backward) yöntemi Holliday *et al.* [2], [3] tarafından okyanus benzeri yüzeyler için sunulmuştur. Benzer bir yaklaşım olan sıralı çoklu etkileşimler yöntemi (Method of Ordered Multiple Interactions-MOMI) de eşzamanlı olarak Kapp ve Brown [4] tarafından ortaya konulmuştur. İleri-Geri yönteminde yüzey üzerinde her noktadaki akım iki bileşene ayrılmaktadır: gelen alan ve alıcı elemanın önündeki akım elemanlarının radyasyonuna bağlı olan *ileri* bileşen ve alıcı elemanın arkasında kalan akım elemanlarının radyasyonuna bağlı olan *geri* bileşen. Öncelikle bütün yüzey üzerinde akımın ileri bileşeni hesaplanmakta daha sonra da bu bileşen geri etkisinin bulunması için kullanılmaktadır. Bu işlem iteratif bir süreç olarak yakınsanmış çözüme ulaşılan kadar tekrar edilmektedir. İleri-Geri yöntemi çok az iterasyon sayısında doğru sonuçları sağlayan hızlı bir yakınsama göstermektedir. İşlem sayısı $O(N^2)$ ile orantılıdır, böylece düşük geliş açıları için bile çok geniş yüzeylerin simülasyonu olası hale gelmektedir. Çeşitli spektral hızlandırma algoritmalarının kullanıldığı ileri-geri uygulamaları literatürde bulunmaktadır [5], [6]. Yüzey üzerinde çok büyük bir engelin bulunduğu problemler için genelleştirilmiş ileri-geri yöntemi geliştirilmiştir [7]. Ayrıca ileri-geri yönteminin sonlu şerit problemleri uygulamaları da bulunmaktadır [8].

Bu çalışmada; İleri-Geri (FB) Yöntemi tek boyutlu, geniş arazi kesitlerinde propagasyon (yayılım) simülasyonu amacıyla uygulanarak yeni bir bakış açısı ortaya konulmaktadır.

II. İletken Şeritten Saçılım Problemi için İleri-Geri Metodu

Manyetik alan entegral denkleminin ileri-geri yöntemi ile çözümü [3]'te ortaya konulmuştur. Bu çalışmada ise, yüzey sonlu olduğundan, elektrik alan entegral denkleminin (EFIE) çözümü ile ilgilenilmektedir. EFIE çözümünün ileri-geri uygulaması [5]'te halihazırda bulunmaktadır. Bu bölümde İleri-Geri yöntemi formülasyonu özetle incelenmektedir. Entegral denklem MoM yöntemi kullanılarak matris denklem formuna dönüştürülmekte ve FB metodu ile bu denklemlerin iteratif yolla çözümü yapılmaktadır. Şekil 1.a'da TE polarizasyonlu düzlem dalga tarafından uyarılmakta olan iletken şerit görülmektedir. Elektrik alan z eksenine dik polarizasyona sahiptir.



Şekil 1: Problemin geometrisi ve MoM Ayrışımı

Buna göre TE düzlem dalga durumu için elektrik alan entegro-diferansiyel denklemi şu şekilde ifade edilebilir [9]:

$$-\frac{\omega\mu}{4} \int_{-a/2}^{a/2} \mathbf{I}(x') H_0^{(2)}(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) dx' - \frac{d}{dx} \frac{1}{4j\epsilon} \int_{-a/2}^{a/2} \left[\frac{j}{\omega} \frac{d\mathbf{I}(x')}{dx'} \right] H_0^{(2)}(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) dx' = -\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \quad (1)$$

Bu denklem MoM yöntemi kullanılarak matris forma ayrıştırılabilir. Şerit sonlu olduğundan gelen alan sivrilmiş (tapered) düzlem dalga olarak düşünülmelidir. TE durumu söz konusu olduğundan hem manyetik vektör potansiyel hem de elektrik skalar potansiyel terimlerine MoM ayrıştırma süreci uygulanmalıdır. Şekil 1.b'de yük ve akım dağılımları için şerit üzerindeki parçalama prosedürü görülmektedir. MoM sürecinde darbe-bazlı fonksiyonlar ve nokta eşleştirme yöntemi kullanılmaktadır. Akım N adet darbe ve $N+1$ adet eşleşme noktası ile temsil edilmektedir. Yük ise $N+1$ adet darbeye yayılmaktadır, kesirli indisler yükleri simgelemektedir. Ayrıştırma sürecine ilişkin denklemler (2) ve (3)'te verilmektedir.

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N I_n P_n(\mathbf{r}) \quad (2)$$

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{j}{\omega} \frac{d\mathbf{I}(\mathbf{r})}{dx} = \frac{j}{\omega} \sum_{n=1}^N I_n \left[\frac{P_{n-1/2}(\mathbf{r})}{\Delta x_{n-1/2}} - \frac{P_{n+1/2}(\mathbf{r})}{\Delta x_{n+1/2}} \right] \quad (3)$$

Burada $\Delta x_{n-1/2} = x_n - x_{n-1}$ dir. Yük dağılımı eşitliği süreklilik denklemi yardımıyla yazılmaktadır. Çalışmada tipik olarak bir dalga boyu için dört adet darbe baz fonksiyonu kullanılmaktadır. Ayrıştırma süreci sonucunda (1) numaralı denklem (4) numaralı matris denklem formuna dönüştürülmektedir.

$$\bar{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{V} \quad (4)$$

$\bar{\mathbf{Z}}$ empedans matrisinin elemanları (5) ile belirlenmektedir.

$$Z_{mm} = -\frac{\Delta x_m \omega \mu}{4} \int_{x_{n-1/2}}^{x_{n+1/2}} H_0^{(2)}(k|x_m - x'|) dx' + \frac{1}{4\omega\epsilon} \left[\int_{x_{n-1}}^{x_n} \frac{H_0^{(2)}(k|x_{m+1/2} - x'|)}{\Delta x_{n-1/2}} dx' - \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{H_0^{(2)}(k|x_{m+1/2} - x'|)}{\Delta x_{n+1/2}} dx' \right] - \frac{1}{4\omega\epsilon} \left[\int_{x_{n-1}}^{x_n} \frac{H_0^{(2)}(k|x_{m-1/2} - x'|)}{\Delta x_{n-1/2}} dx' - \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{H_0^{(2)}(k|x_{m-1/2} - x'|)}{\Delta x_{n+1/2}} dx' \right] \quad (5)$$

\mathbf{V} sütun vektörünün elemanları ise (6) numaralı denklem ile belirlenmektedir.

$$V_m = -E_o \Delta x_m \sin \phi_o e^{-jk \cos \phi_o x_m} \quad (6)$$

TM polarizasyonu için de ifadeler benzer şekilde elde edilebilir. FB yöntemi her iki polarizasyona da uygulanabilmektedir. FB yöntemi (4) numaralı denklem kullanılarak formüle edilmektedir. Öncelikle (4) numaralı denklemin ihtiva ettiği elemanlar üzerinde (7) ve (8) numaralı denklemlerde görülen parçalara ayırma işlemi uygulanmaktadır.

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}^f + \mathbf{I}^b \quad (7)$$

$$\bar{\mathbf{Z}} = \bar{\mathbf{Z}}^f + \bar{\mathbf{Z}}^s + \bar{\mathbf{Z}}^b \quad (8)$$

Burada \mathbf{I}^f ileri yönde yayılan dalgalara bağlı olan akım bileşenini, \mathbf{I}^b ise geri yönde yayılan dalgalara bağlı olan akım bileşenini simgelemektedir. $\bar{\mathbf{Z}}^f, \bar{\mathbf{Z}}^s, \bar{\mathbf{Z}}^b$ ise sırasıyla empedans matrisinin alt üçgen, diyagonal ve üst üçgen kısımlarıdır. (7) ve (8) kullanılarak (2), ileri-yayımlı ve geri-yayımlı matris denklemleri halinde parçalanabilir.

$$\bar{\mathbf{Z}}^s \cdot \mathbf{I}^f = \mathbf{V} - \bar{\mathbf{Z}}^f \cdot (\mathbf{I}^f + \mathbf{I}^b) \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}^s \cdot \mathbf{I}^b = -\bar{\mathbf{Z}}^b \cdot (\mathbf{I}^f + \mathbf{I}^b) \quad (10)$$

(9) numaralı denklem ileri-yayımlı tanımını açıklamak için düşünülmektedir. Böylece (10) da geri-yayımlı açıklamaktadır. Bir x_m noktası üzerinde bulunan m inci eşleşme noktası için (9) denkleminin sağ tarafı gelen alan ve bu alıcı noktanın önünde bulunan akım elemanlarını radyasyon etkisini içermektedir. Benzer şekilde (10) denkleminin sağ tarafı da alıcı elemanın arkasında kalan akım elemanlarının etkilerini içermektedir. (9) ve (10) iteratif olarak çözülmektedir. i nci iterasyon adımı için denklemler şu şekilde verilmektedir:

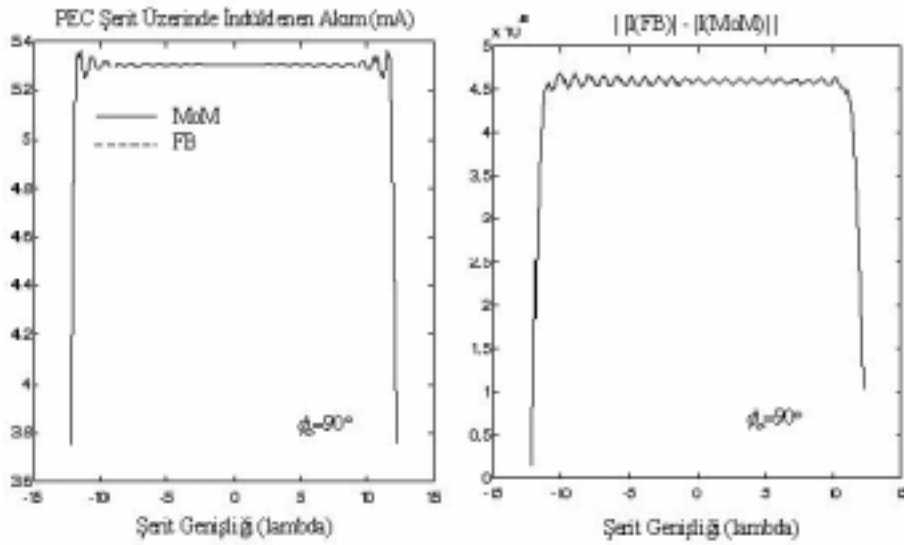
$$(\bar{\mathbf{Z}}^s + \bar{\mathbf{Z}}^f) \cdot \mathbf{I}^{f,i} = \mathbf{V} - \bar{\mathbf{Z}}^f \cdot \mathbf{I}^{b,(i-1)} \quad (11)$$

$$(\bar{\mathbf{Z}}^s + \bar{\mathbf{Z}}^b) \cdot \mathbf{I}^{b,i} = -\bar{\mathbf{Z}}^b \cdot \mathbf{I}^{f,i} \quad (12)$$

Algoritma $\mathbf{I}^{b,0} = 0$ ile başlamaktadır. Bu iteratif süreç boyunca matris tersi almaya yahut faktörizasyona gerek yoktur, zira $\bar{\mathbf{Z}}^f + \bar{\mathbf{Z}}^s$ bir alt üçgen matris, $\bar{\mathbf{Z}}^s + \bar{\mathbf{Z}}^b$ ise bir üst üçgen matris durumundadır. Böylece (11) ve (12), $\mathbf{I}^{f,i}$ ve $\mathbf{I}^{b,i}$ terimleri için ileri ve geri iterasyon adımları uygulanarak bulunabilmektedir. Böylece sayısal kayıt gereksinimi azalmaktadır. Yakınsama genelde on adetten daha az bir iterasyonda çok hızlı bir şekilde sağlanmaktadır.

III. Nümerik Sonuçlar

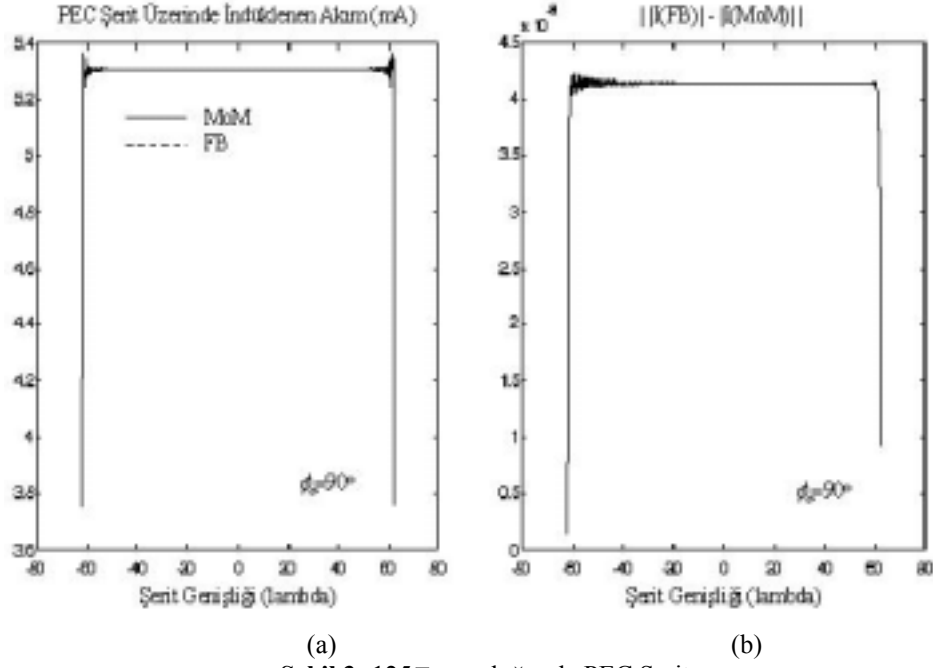
Bu bölümde, İleri-Geri metodunun yakınsama kabiliyetini gösterebilmek amacıyla bazı sonuçlara yer verilmektedir. İlk olarak 25 dalga boyu genişliğinde bir iletken şerit 100 eşit parçaya bölünmekte, TE polarizasyonlu aydınlatılma durumu ve dik geliş açısı için MoM ve ileri-geri çözümleri karşılaştırılmaktadır. 10 iterasyondan sonra şerit üzerinde indüklenen akımların MoM ve FB çözümleri Şekil 2.a'da üst üste bindiklerinden Şekil 2.b'de iki çözümün genlik farklarını dikkate alan hata da verilmektedir.



(a) (b)

Şekil 2: 25λ uzunluğunda PEC Şerit

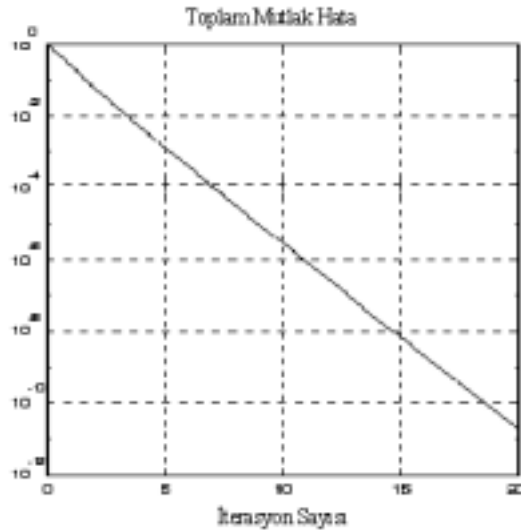
Şekil 2’de görüldüğü üzere 10 iterasyon sonunda FB ve MoM yöntemleriyle çözümü yapılan indüklenen akımlar arasındaki genlik farkı maksimum $4,5 \times 10^{-8}$ civarında hasil olmaktadır. Şekil 3.a’ da ise 125λ uzunluğundaki levha 500 parçaya ayrılmaktadır. FB uygulanmasıyla 10 iterasyon sonunda akımlar üst üste bindiği için Şekil 3.b’de referans MoM akımı ile aradaki farkın büyüklüğü çizilmektedir. Görüldüğü gibi maksimum fark 4×10^{-8} civarındadır.



Şekil 3: 125λ uzunluğunda PEC Şerit

Şekil 4’te FB yönteminin yakınsama kabiliyeti her iterasyon sayısı için toplam mutlak hata çizdirilerek verilmektedir. Toplam mutlak hatanın her iterasyon sayısı için ifadesi (13)’te görülmektedir.

$$err^i = \sum_{n=1}^N \frac{\|I^i(fb) - I(MoM)\|}{\|I(MoM)\|} \quad (13)$$



Şekil 4: Toplam Mutlak Hata

Görüldüğü gibi ileri-geri yönteminin yakınsama kabiliyeti birkaç iterasyonda doğru değerleri verebilecek ölçüde gelişkindir.

IV. Sonuçlar :

Bu çalışmada geniş doğrusal sistemlerin çözülebilmesi için alternatif bir hesaplama algoritması anlatılmıştır. Çok az iterasyonda yakınsama yetisine sahip ileri-geri metodu ileten şeritten saçılım problemine uygulanmış ve MoM yöntemiyle karşılaştırmalar sunulmuştur. İleri-geri yönteminin doğru sonuçlara hızlı bir yakınsama, genellikle on iterasyondan daha az, ile ulaştığı gösterilmiştir. Hesaplamasal maliyet $O(N^2)$ ile orantılı olarak tespit edilmiştir. Bu yöntem için sayısal kayıt gereksinimi $O(N)$ ile orantılıdır. $O(N^2)$ hesaplamasal maliyet çok geniş ölçekli arazi kesitlerinde yöntemi verimsiz kılmaktadır. Bu kısıtlamaları ortadan kaldırabilmek için yeni spektral hızlandırma yöntemleri [5] kullanılabilir. Böylece maliyet $O(N)$ mertebelerine indirilebilmektedir. Yöntemin çok çeşitli ve geniş arazi kesitlerine, hızlandırıcı algoritmalarla uygulamaları gelecek çalışmalarımızda incelenecektir.

Kaynaklar :

- [1] Harrington R. F., "Field Computation by Moment Methods", Robert E. Krieger Pub. Co., Malabar, Florida, 1982
- [2] Holliday D., DeRaad L. L., St-Cyr G. J., "Volterra Approximation for Low Grazing Angle Shadowing on Smooth Ocean-Like Surfaces", IEEE Trans. On Antennas and Propagation, 32(11), s.1199-1206, Kasım 1995
- [3] Holliday D., DeRaad L. L., St-Cyr G. J., "Forward-Backward: A New Method for Computing Low-Grazing Angle Scattering", IEEE Trans. On Antennas and Propagation, 44(5), s. 722-729, Mayıs 1996
- [4] Kapp D. A., Brown G. S., "A New Numerical Method for Rough-Surface Scattering Calculations", IEEE Trans. On Antennas and Propagation, 44(5), s. 711-721, Mayıs 1996
- [5] Chou H. T., Johnson J.T., "A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from rough surfaces with the forward-backward method", Radio Science, 33(5), s.1277-1287, 1998
- [6] Chou H. T., Johnson J.T., "Formulation of Forward-Backward Method Using Novel Acceleration for the Modeling of Scattering from Impedance Rough Surfaces", IEEE Trans. On Geoscience and Remote Sensing, 38(1), s. 605-607, Ocak 2000
- [7] Pino M. R., Landesa L., Rodrigez J. L., Obelleiro F., Burkholder R. J., "The Generalized Forward-Backward Method for Analyzing the Scattering from Targets on Ocean-Like Rough Surfaces", IEEE Trans. On Antennas and Propagation, 47(6), s. 961-969, Temmuz 1999
- [8] Valero A., Rojas R.G., "Fast analysis of electromagnetic scattering from finite strip gratings on a grounded dielectric slab", Radio Science, Vol. 35, s. 1307-1314, Kasım-Aralık, 2000
- [9] Bancroft R., "Understanding electromagnetic scattering using the moment method : a practical approach", Artech House, Boston, 1996.