

# Dikdörtgen Biçimli İçi Boş Dalga Kılavuzlarında Darbe Yayılımının Zaman Domeninde İncelenmesi

Serkan Aksoy<sup>(1,2)</sup>, Oleg A.Tretyakov<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü  
Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Gebze, Kocaeli, Türkiye  
saksoy@penta.gyte.edu.tr, Tel: 0 262 6538497-1179, Fax: 0 262 6538490

<sup>(2)</sup> Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu  
Malzeme ve Kimya Teknolojileri Araştırma Enstitüsü  
Gebze, Kocaeli, Türkiye  
tretyakov@penta.gyte.edu.tr, Tel: 0 262 6538497-185

**Özet:** *Dikdörtgen biçimli dalga kılavuzlarında keskin biçimli darbe yayılımı problemi zaman domeninde elektromagnetik teoriye yeni bir yaklaşım adı verilen (EZDY) analitik bir metot aracılığı ile ele alınmıştır. Zaman bağımlılığı keskin darbeler biçiminde olan kaynakların dalga kılavuzu içerisinde başlangıç koşulu şeklinde uygulanması ile uyarılan elektromagnetik dalgaların kılavuz içerisinde yayılımı ve bozulması incelenmiştir. EZDY metodu uyarınca dalga kılavuzu içindeki elektromagnetik alan ifadeleri nedensellik prensibini sağlayacak biçimde; TE ve TM modları için ayrı ayrı çözüm sağlayan enlemsel koordinatların fonksiyonu biçimindeki baz fonksiyonları ile dalga kılavuzuna göre eksenel z konum ve t zaman bağımlı skaler katsayıların çarpımı biçimindeki öz vektör serileri şeklinde zaman domeninde formüle edilmiştir.*

## 1. Giriş

Elektromagnetik teoride kullanılan çözüm yöntemleri genellikle frekans domeninde ele alınmış olup ancak son yıllarda çeşitli sayısal metodlar zaman domeni analizleri için yoğun olarak kullanılmaktadır. Buna karşın elektromagnetik teoride darbe yayılımı için analitik zaman domeni metodları henüz yoğun olarak kullanılmamaktadır ve zaman domeni analizleri ancak ters Fourier ve Laplace dönüşümlerinin klasik kompleks genlik metodu biçiminde uygulanması sonucu belirli kısıtlamalarla dalga kılavuzu analizleri için elde edilebilmektedir[1]. Buradaki çalışmada mükemmel iletken duvarlardan yapılmış dikdörtgen kesitli dalga kılavuzlarında dalga yayılımının zaman domeninde direkt incelenmesini sağlayan ve elektromagnetik teoriye zaman domeninde yeni bir yaklaşım adı verilen (EZDY) analitik bir metot aracılığı ile zamana bağımlılığı keskin darbe biçimli olan kaynaklar tarafından dikdörtgen biçimli dalga kılavuzları içinde oluşturulan elektromagnetik dalgaların yayılımı incelenmiştir. Bu tür kaynak zaman bağımlılıkları son yıllarda hızla gelişen sayısal haberleşme ve sayısal işaretlerin oluşturacağı dalga yayılımlarının incelenmesi açısından önem taşımaktadır.

## 2. Elektromagnetik Teoriye Yeni bir Yaklaşım (EZDY) Metodu ile İnceleme

EZDY metodunda öncelikle dalga kılavuzları için uygun sınır koşulları yardımı ile ele alınan Maxwell denklemlerinden yalnızca dalga kılavuzunun enlemsel koordinatları üzerinde etkili olan dalga-sınır operatörü (DSO) ayrılmıştır. DSO'nun kendi kendine özdeş olduğu gösterilerek çözüm uzayında tanımlanan baz vektörleri ile dalga kılavuzu içinde elektromagnetik alan büyüklüğü özvektör serileri biçiminde aşağıdaki gibi gösterilebilir,

$$\vec{X}(\vec{r}, z, t) = \sum_n c_n(z, t) \vec{X}_n(\vec{r}) \quad (1)$$

burada  $\vec{X}(\vec{r}, z, t)$  dalga kılavuzu içerisindeki elektromagnetik alan ifadelerini,  $\vec{X}_n(\vec{r})$  yalnızca enlemsel koordinatların fonksiyonu olan baz fonksiyonlarını,  $c_n(z, t)$ 'ler ise bilinmeyen skaler katsayıları tanımlar. Bilinmeyen  $c_n(z, t)$  katsayıları Maxwell denklemlerinin aynı baz üzerine izdüşümleri yardımı ile elde edilen zamana bağlı türevler içeren denklem sisteminin içi boş ve dikdörtgen kesitli dalga kılavuzları için düzenlenerek Klein-Gordon denkleminin çözümleri biçiminde aşağıdaki gibi elde edilebilir,

$$(\epsilon_0 \mu_0 \partial_t^2 - \partial_z^2 + \kappa^2) F(z, t) = 0 \quad (2)$$

$$F(z, t) = \sum_{\alpha=0}^{\infty} a_n \left( \frac{ct-z}{ct+z} \right)^{\alpha} J_{\alpha}(\kappa \sqrt{c^2 t^2 - z^2}) \quad (3)$$

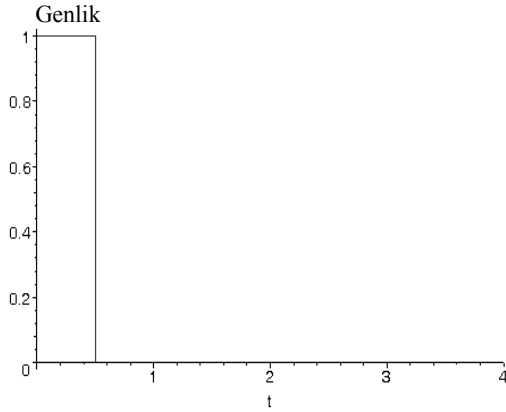
Özvektör serilerinin bilinmeyen katsayıları  $z$  boyutsal ve  $t$  zaman parametrelerinin fonksiyonu olup özvektör serileri biçimde elektromagnetik alan büyüklüklerinin bu tür gösterilimi fiziksel olarak doğal dalga kılavuzu modlarının ayrı çözümlenmesine karşılık gelmektedir. Maxwell denklemlerinden özel olarak ayrılan dalga-sınır operatörü kendi kendine özdeş olması nedeni ile birbirlerine dik özvektörlerin tamamlanmış bir kümesine sahip olup, çözüm uzayında baz oluşturur. Çözüm uzayı olarak karesel olarak entegre edilebilen enlemsel koordinatların vektör fonksiyonlarının oluşturduğu Hilbert uzayı seçilmiştir. (1) denkleminde gösterilen baz fonksiyonlarının tamamlanmışlığı Weyl teoremi yardımı ile ispat edilebilmektedir. Dalga kılavuzunun enlemsel koordinatları ile ilgili olan çözümleri uygun potansiyel fonksiyonları aracılığı ile ikinci dereceden diferansiyel denklemler biçiminde  $TE$  ve  $TM$  modları için,

$$\begin{aligned} (\Delta_{\perp} + p_n \sqrt{\epsilon_o \mu_o}) \phi_n &= 0, & \phi_n|_S &= 0 \\ (\Delta_{\perp} + q_m \sqrt{\epsilon_o \mu_o}) \psi_m &= 0, & \frac{\partial}{\partial n} \psi_m|_S &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

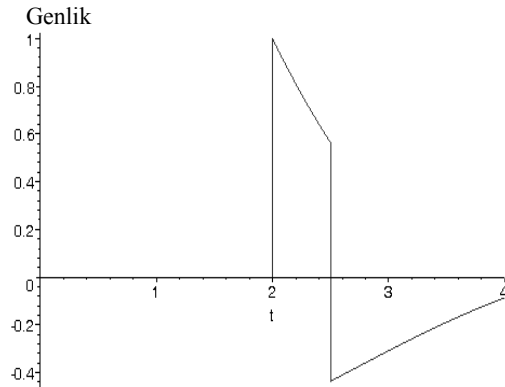
şeklinde elde edilebilir. Burada  $\Delta_{\perp}$  sadece enlemsel koordinatlar üzerinde etkili olan Laplacian operatörünü,  $p_n$  ve  $q_m$  DSO operatörü ile ilgili özdeğerleri,  $\phi_n$  ve  $\psi_m$  ise uygun skaler potansiyelleri göstermektedir.  $m$  ve  $n$  ise dalga kılavuzu mod numaralarını temsil eder.

### 3. Sayısal Örnek

Ele alınan problemde içi boş ve dikdörtgen biçimli bir dalga kılavuzunda keskin biçimli darbe yayılımı için matematiksel çözümler elde edilerek, elektromagnetik alan bileşenleri zamana ve dalga kılavuzu koordinatlarına bağlı olarak ifade edilmiştir. Elektromagnetik çözümlerinde tek modda yayılım varsayılmış olup nedensellik prensibi de sağlanmıştır. Darbe biçimindeki kaynak fonksiyonları zamanda uygun başlangıç koşulları ve enlemsel uygun koordinatlar aracılığı ile Bessel fonksiyonları tipindeki Neumann serileri şeklinde ifade edilerek keskin darbeler için dalga kılavuzu içinde dalga yayılımı incelenmiştir. Şekil 1’de keskin bir darbe’nin Neumann serisi açılımı ve şekil 2’de ise söz konusu darbe’nin oluşturduğu manyetik alanın  $z$  bileşenini dikdörtgen dalga kılavuzu içinde yayılımı ve bozulması gösterilmiştir.



Şekil 1-) Kaynağın zaman bağımlılığı olarak keskin darbe



Şekil 2-) Keskin darbe'nin yayılımı ve bozulması ( $z = 2$ )

### Kaynaklar

- [1] Dvorak S.L., Dudley D.D., "Propagation of Ultra-Wide-Band Electromagnetic Pulses Through Dispersive Media", IEEE Trans. on EMC, pp. 192-200, vol.37, No.2, May 1995.
- [2] O.A. Tretyakov, "Essentials of Nonstationary and Nonlinear Electromagnetic Field Theory", in Analytical and Numerical Methods in Electromagnetic Wave Theory, M.Hashimoto, M.Idemen, O.A.Tretyakov, Science House Company, Tokyo, Japan, 1993.
- [3] S.Aksoy, O.A. Tretyakov, "Excitation of Rectangular Cavity by Walsh Function", Second International Conference on Electrical and Electronics Engineering, Bursa, Turkey, pp:175-177,7-11, November 2001.
- [4] H.F.Harmuth, "Nonsinusoidal Waves in Rectangular Waveguides", IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, vol:26, no:1, pp:34-42, February 1984.