

İki Boyutlu Fotonik Kristal Yapıların Yansıma Katsayılarının Hesaplanması

Erdiç Bağrı*, Faruk Yalçın, Birsen Saka

*Bilkent Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Bilkent, Ankara
bagri@cem.bilkent.edu.tr

Hacettepe Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Beytepe, Ankara
birsen@hacettepe.edu.tr

Özet: Bu çalışmada iki boyutlu Fotonik Bant Boşluğu (FBB) yapılarının, Zaman Uzamında Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi vasıtası ile elektromanyetik özellikleri açısından analizleri ve simülasyonları gerçekleştirilmiştir. ZUSF yöntemi ile elektromanyetik dalganın zamana bağlı olarak yapı içerisindeki hareketi gözlemlenmiş ve buradan elde edilen alan verilerinin, Ayrık Fourier Dönüşümü (AFD) kullanılarak frekans uzamındaki karşılıkları hesaplanmış, bu yolla da ele alınan yapıların yansıma katsayıları bulunmuştur. Yansıma katsayısına ait grafiklerde, dalga yayılımının engellendiği bant boşlukları görülebilmektedir. İncelenen yapıların, dielektrik sabiti değiştirilerek bant boşluklarının değişimi incelenmiştir.

1. Giriş

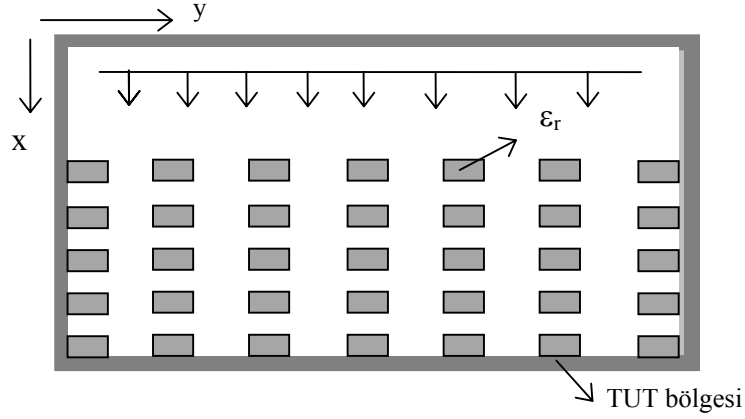
Periyodik yapılar üzerindeki dalga ilerleyişi, mikrodalga ve optik uygulamaları alanında uzun zamanlar boyunca önemli ve ilgi uyandıran bir konu olmuştur [1-7]. Periyodik yapıların ortak bir özelliği, belirli frekans bantlarında elektromanyetik dalgaların yayılımını engellemeleri ya da onları zayıflatmalarıdır. Fotonik Bant Boşluğu (FBB) malzemeleri de dielektrik malzemenin periyodik olarak dizilmesi ile meydana gelir ve elektriksel kristale benzer bir yapı gösterir. FBB yapılarını da karakterize eden özellik, elektromanyetik dalga yayılımını önleyen frekans bantlarıdır. Bu bantlar da malzemenin iletim ve yansıma katsayılarının hesaplanması sonucu belirlenir.

Tek boyutlu bir FBB yapısı için yansıma katsayısını analitik yöntemler kullanarak hesaplamak oldukça kolaydır. Ancak, iki ve üç boyutlu yapılar için; Sonlu Farklar (SF) [4], Zaman Uzamında Sonlu Farklar (ZUSF) [1-2], İletim Matrisi (İM) [3] gibi nümerik analiz yöntemlerinin kullanılması gerekmektedir.

Bu çalışmada, bahsi edilen FBB yapılarının analizi için ZUSF yöntemi tercih edilmiştir [6,7]. ZUSF yönteminin önemli bir üstünlüğü, dalganın yapı içerisindeki ilerleyişinin zamana bağlı olarak gözlemlenmesine olanak tanınmasıdır [8]. Bu simülasyondan elde edilen alan verileri, daha sonra Ayrık Fourier Dönüşümü (AFD) kullanılarak ilgili frekans bileşenlerine dönüştürülmüş ve bu değerler yardımı ile FBB yapısına ait yansıma katsayısı hesaplanmıştır. Ayrıca çalışmada, hesap uzayını sınırlandırmak amacıyla Tam Uyumlandırılmış Tabaka (TUT) yöntemi kullanılmıştır [9]. Kullanılan malzemenin dielektrik katsayısının hesaplamalara etkisini görebilmek amacıyla, aynı FBB yapısı için değişik dielektrik katsayıları tanımlanarak bant boşluklarındaki değişimler gözlenmiştir.

2. Problem Geometrisi ve ZUSF Yöntemi

Şekil 1’de, incelenen iki boyutlu dielektrik yapı modeli görülmektedir. İki boyutlu FBB yapısı, paralel olarak yerleştirilmiş, aralarında belli miktarda boşluk bulunan kare biçimindeki dielektrik çubuklardan oluşmaktadır.



Şekil 1. İki boyutlu FBB Yapısı

Şekil 1’de görülen FBB yapısı, iki boyutlu bir ZUSF problemi olarak düşünülebilir. Gelen dalganın sadece TM modda yayıldığı varsayılırsa ($E_x=E_y=H_z=0$), kayıpsız bir ortam için Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad ; \quad \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \quad ; \quad \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (1)$$

ZUSF yöntemi, Yee'nin önerdiği üzere [8], Maxwell denklemlerinin konumda ve zamanda ayrıklaştırılmasını öngörür. Yee notasyonuna göre, konum değişkenleri $x = i\Delta x$, $y = j\Delta y$ ve zaman değişkeni de $t = n\Delta t$ şekline dönüştürülür. Tanımlanan bu nicelikler, birbirinden bağımsız olarak seçilemez. Sayısal kararlılığın sağlanması için, zaman aralıkları konum değişkenlerine bağlı olarak, konum aralıkları ise analizde kullanılan en yüksek frekans değerine bağlı olarak atanır. Çalışmada gözönüne alınması gereken önemli bir husus da hesap uzayının sınırlandırılması gerekliliğidir. Sınırsız bir simülasyon bölgesi, sonsuz sayı da bilinmeyen anlamına geldiğine göre, yutucu sınır koşulları içeren bir bölge tanımlamak gereklidir. Bu amaçla, bu çalışmada Tam Uyumlandırılmış Tabaka (TUT) olarak adlandırılan bir teknik kullanılmaktadır [9]. Kullanılan yapının ne şekilde uyarılması gerektiği de üzerinde düşünülmesi ve karar verilmesi gereken bir konudur. Geleneksel olarak kullanılanlar, Gauss darbesi ya da yarım sinüs dalgasıdır. Bu çalışmada, gelen dalga olarak yarım sinüs dalgası şeklinde yayılan bir düzlem dalga modeli tercih edilmiştir.

Yansıma katsayısının hesaplanmasına ilişkin aşamalar ise şu şekilde özetlenebilir [10]:

- 1) Elektrik alan genliğinin, birinci dielektrik tabakasının hemen önündeki, x düzlemindeki değeri zamana bağlı olarak hesaplanır ve saklanır. Bu, FBB yapısının yüzeyindeki toplam elektrik alan değerine tekabül eder.
- 2) FBB malzemesi ortamdaki kaldırılır, ve boş uzayda çalışıldığı varsayılarak aynı noktadaki elektrik alan değeri saklanır. Bu değer, gelen elektrik alanın FBB yapısının ön yüzeyindeki değeridir.
- 3) Yansıyan alan değeri, toplam alan değerinden gelen alan değerinin çıkarılması ile elde edilir. Elde edilen bu değerler, AFD kullanılarak frekans uzamına aktarılır. Bu noktada, FBB yapısına ait yansıma katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$R(k\Delta f) = \frac{e_{ref}(k\Delta f)}{e_{inc}(k\Delta f)} \quad (2)$$

2 numaralı denklemde yer alanlar, frekans bağımlı değişkenlerdir.

3. Uygulamalar ve Sonuçlar

ZUSF simülasyonları gerçekleştirilirken, Şekil 1’de görülen yapı üzerine etkiyen dalganın, elektrik ve manyetik alan bileşenleri

$$E_z(x) = \sin \left[\left(x - 80 + 25(1 - N) \frac{\pi}{8} \right) \right] \quad 81 \leq x \leq 89 \quad (3)$$

$$H_y(x) = E_z(x) / \eta$$

olarak tanımlanmış yarım sinüsten oluşan bir TM dalga olarak seçilmiştir. Hesaplamalar yapılırken, dielektrik çubukların kenar uzunluğu 4 mm ve aralarındaki boşluklar da 5 mm olarak alınmıştır. Çubuklar, x ve y düzlemlerine sırası ile 6 ve 15 adet olmak üzere konuşlandırılmışlardır. ZUSF hesaplamalarında kullanılan konum ve zaman aralıkları ise, sayısal kararlılık koşulları gözönünde tutularak, $\Delta x = \Delta y = 0.00022$ m ve $\Delta t = 0.24$ ps olarak seçilmiştir.

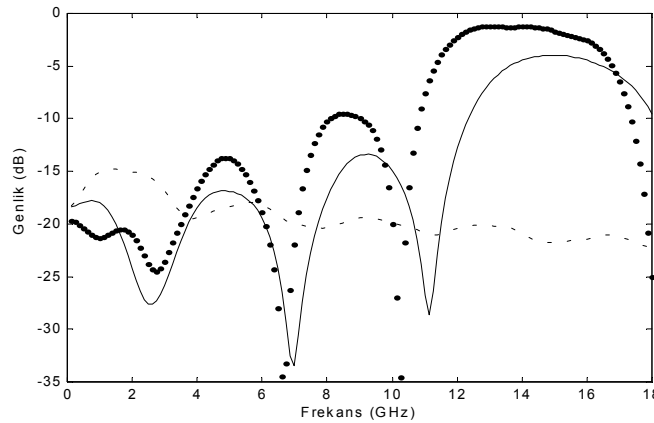
2-5 numaralı şekillerde, üzerinde çalışılan iki boyutlu FBB yapısı için elde edilen, yansıma katsayısına ait genlik değişimleri görülmektedir. Şekil 2’de, bağıl dielektrik katsayısının (ϵ_r) 1’e eşit olduğu durumda, yapıda henüz bir bant boşluğu davranışı görülmemektedir. $\epsilon_r = 3$ için, 12-16 GHz frekansları arasında baskın olan bant boşluğu ortaya çıkmış durumdadır.

Şekil 3’te ise, referans noktası olarak kabul edilen $\epsilon_r = 4.2$ değeri için bant boşluğunun, 11-16 GHz frekansları arasında, yaklaşık 5 GHz genişliğinde olduğu görülmektedir. Bu noktadan sonra, $\epsilon_r = 5$ ve 6 değerleri için, bant boşluğunun sola doğru, yani daha düşük frekanslara doğru kayma eğiliminde olduğu görülmektedir.

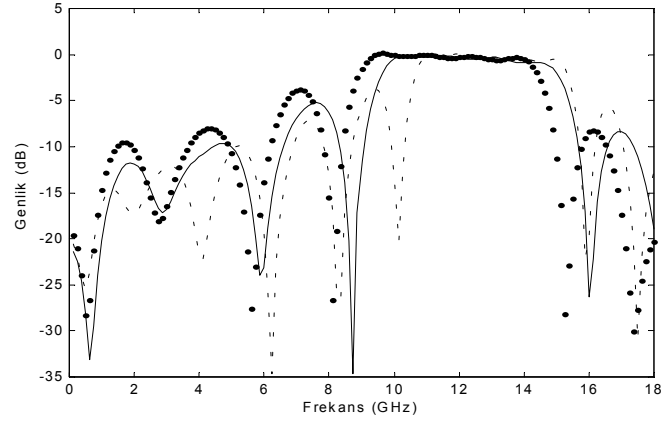
Şekil 4’te, bağıl dielektrik katsayısının nisbeten daha yüksek değerleri için ($\epsilon_r = 7-8$) elde edilmiş sonuçlar görülmektedir. Burada da, bant boşluğu yaklaşık 2 GHz kadar sola kaymış ve 9-14 GHz frekansları arasına yerleşmiş durumdadır. Ayrıca; ϵ_r değeri arttıkça, bant boşluğunun bulunduğu bölgede salınımlar meydana geldiği ve yan loblarda da fonksiyonun yapısında bozulmalar başladığı görülmektedir. Bunlara ek olarak, fonksiyonlara ait faz grafikleri incelendiğinde, bant boşluğunun bulunduğu bölgelerde doğrusal bir faz karakteristiği olduğu gözlenmiştir.

4. İrdeleme

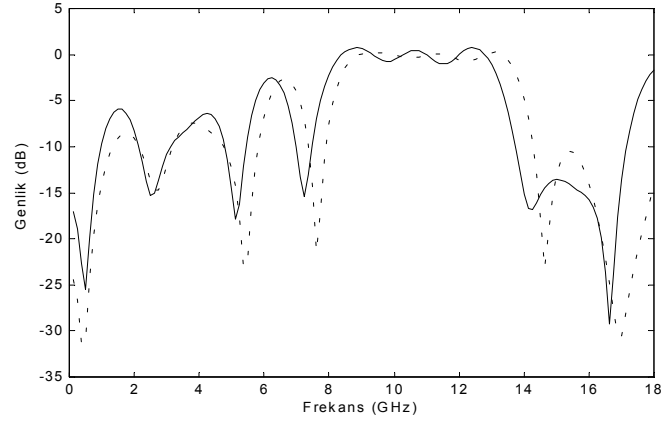
Bu çalışmada, iki boyutlu FBB yapılarındaki dalga yayılımı incelenmiş ve yansıma katsayısı hesapları, ZUSF ve AFD yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Kullanılan dielektrik malzemenin bağıl katsayısı değiştirilerek sonuçlara olan etkisi gözlenmiştir. Bant boşluğunun bulunduğu frekans bölgesinde, yansıma katsayısının değerinin 1 (0 dB) olduğu görülmüştür. Diğer bir deyişle, yapı üzerine gelen dalga, bu frekans bölgesinde malzemeden içeri girememekte ve tamamıyla geri yansımaktadır. Elde edilen sonuçlar, periyodik yapıdaki dielektrik malzemeler üzerindeki dalga yayılımını anlamamıza yardımcı olmakta ve daha karmaşık üç boyutlu yapıların analizi için gerekli olan altyapıyı sağlamaktadır.



Şekil 2. Yansıma katsayısının frekansla değişimi (kesikli çizgi: $\epsilon_r = 1$; düz çizgi: $\epsilon_r = 2$; nokta: $\epsilon_r = 3$)



Sekil 3. Yansımaya katsayısının frekansla değişimi (kesikli çizgi: $\epsilon_r = 4.2$; düz çizgi: $\epsilon_r = 5$; nokta: $\epsilon_r = 6$)



Sekil 4. Yansımaya katsayısının frekansla değişimi (kesikli çizgi: $\epsilon_r = 7$; düz çizgi: $\epsilon_r = 8$)

Kaynaklar

- [1] J.A. Roden, S.D. Gedney, M.P. Kesler, J.G. Maloney, ve P.H. Harms, "Time-domain analysis of periodic structures at oblique incidence: orthogonal and non-orthogonal FDTD implementations", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Vol.46, sf.420, 1998.
- [2] M.P. Kesler, J.G. Maloney, ve B.L. Shirley, "Antenna design with the use of photonic band-gap materials as all-dielectric planar reflectors", Microwave Opt. Technol. Lett., vol.11, sf.169, 1996.
- [3] M. Sigalas, C.M. Soukoulis, E.N. Economou, C.T. Chan, ve K.M. Ho, "Photonic band-gaps and defects in two dimensions: studies of the transmission coefficient", Phys. Rev. B, vol.48, sf.15,1993.
- [4] H.Y. Yang, "Finite difference analysis of 2-D photonic crystals", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Vol.44, sf.2688, 1996.
- [5] E. Özbay, "Layer-by-layer photonic crystals from microwave to far-infrared frequencies", Opt. Soc. Am. B, vol.13, sf.1945, 1996.
- [6] F. Yalçın, "Zaman Uzunluğunda Sonlu Farklar Yöntemiyle Elektromanyetik Yapıların Analizi ve Dielektrik Yapılara Uygulanması", Yüksek Mühendislik Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, 2000.
- [7] F. M. Altuntaş, "Fotonik Bant Boşluğu Malzemeleri", Bitirme Projesi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, 2001.
- [8] K.S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol.14, sf.302, 1966.
- [9] J.P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", J. Comp. Phys., vol.114, sf.185, 1994.
- [10] R.J. Luebbers, K.S. Kunz, ve K.A. Chamberlin, "An interactive demonstration of electromagnetic wave propagation using time-domain differences", IEEE Trans. Education, vol.33, sf.60, 1990.