

## 2-Boyutlu Dik Kafes Süzgeç Yapısı Kullanılarak Uyarlamalı Volterra Süzgeci Gerçekleştirilmesi

Ender M. Ekşioğlu ve Ahmet H. Kayran  
İstanbul Teknik Üniversitesi  
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü  
Maslak, İstanbul  
ender@ehb.itu.edu.tr, kayran@ehb.itu.edu.tr

**Özet:** Bu bildiriye doğrusal olmayan Volterra süzgeçlerinin gerçekleştirilmesi için 2-Boyutlu (2-B) dik kafes süzgeci kullanan yeni bir yapı önerilmektedir. Özyineli en küçük kareler (RLS) uyarlamalı ikinci dereceden bir Volterra süzgeci gerçekleştirilerek bu yapının başarımı daha önce önerilen yapılarla karşılaştırılmakta ve etkinliği gösterilmektedir.

### 1. Giriş

Doğrusal olmayan sistem modelleri ve bu sistemlerin tanılanması doğrusal model sınırlamasının yetersiz kaldığı problemlerde önemli başarımlar iyileşmesi sağlamaktadır. İçkin olarak doğrusalsızlığın karşımıza çıktığı problemlere örnek olarak izgeleri örtüşmeyen işaretlerin ilişkilendirilmesi, uydur iletişim kanalları ya da manyetik kayıt kanalları verilebilir. Çıkışın sistem değişkenlerine doğrusal olarak bağlı olduğu, kırılmış (truncated) Volterra serisi gösterilimi bu çeşit problemlerde kullanılabilir ilgi çeken bir doğrusal olmayan sistem modelidir. Kırılmış Volterra serisi açılımı ve benzeri çokterimli bağlanım tabanlı modeller, özellikle model derecesi yükseldikçe daha etkili bir şekilde kötü koşullanma sorunuyla karşılaşılır. Giriş işareti istatistiksel olarak beyaz olsa bile, genişletilmiş giriş vektöründe yer alan doğrusal olmayan terimler giriş özdeğer yayılımının birden büyük olmasına neden olurlar. Bu kötü koşullanma problemini aşmak için daha iyi sayısal koşullanmaya sahip değişik Volterra süzgeci gerçekleştirme yöntemleri araştırma konusu olmuştur. Kafes süzgeci tabanlı modeller dikleştirici özellikleriyle ilgi çekici bir gerçekleştirme modeli oluşturmaktadır. Kafes süzgeci modeli kullanarak doğrusal olmayan sistemlere yönelik uygulamalar literatürde yer almaktadır.

1-B kafes yapılarını 2-B'a genişletmek için son yıllarda denemeler yapılmıştır. Bunlardan [1]'de geliştirilen kafes yapısı 2-B, durağan, rasgele özbağlanımlı bir veri alanını tam olarak modelleyebilmektedir. Bu yapı 2-B FIR Wiener süzgeçleme [2], 2-B ARMA modelleme [3] ve 2-B en büyük olasılık izge kestirimi [4] alanlarında uygulama bulmuştur. Bu bildiriye, iki boyutlu kafes yapısının Volterra süzgeçlerinin gerçekleştirilmesine uygulanması önerilecektir. Literatürde sunulan bazı kafes yapıları, sadece özel giriş işaretleri (örneğin normal dağılımlı) ve özel Volterra çekirdeği destek alanları için [5] dikleştirici olmaktadır. Bazı yapılar ise tam değil, kısmi bir dikleştirme gerçekleştirilmektedirler [5]. Bu bildiriye sunulan 2-B dik kafes yapısını kullanarak geliştirilen Volterra süzgeci gerçekleştirme yöntemi bu sorunlardan arınmış olacaktır. Yapının ortaya konulmasından sonra, yansıma katsayılarının hesaplanması için özyineli en küçük kareler (RLS) tabanlı uyarlama algoritması geliştirilecektir.

### 2. 2-B kafes analiz modeli

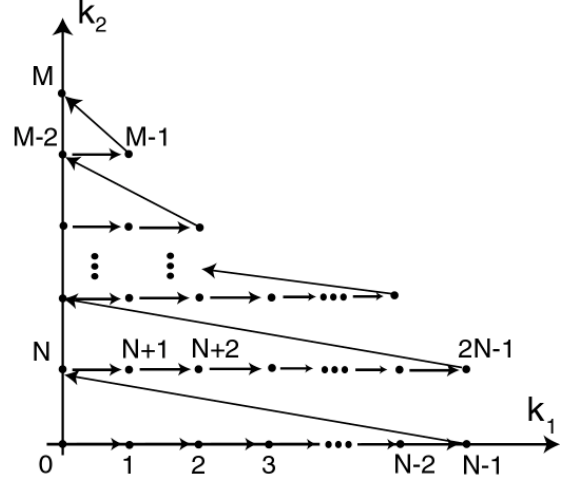
Giriş-çıkış ilişkisi aşağıda verilmiş olan kırılmış ikinci dereceden Volterra serisi açılımı ile gösterilen doğrusal olmayan bir sistemi göz önüne alalım.

$$d(n) = \sum_{m_1=0}^{N-1} a_{m_1}(n) x(n-m_1) + \sum_{m_1=0}^{N-1} \sum_{m_2=m_1}^{N-1} b_{m_1,m_2}(n) x(n-m_1)x(n-m_2) \quad (1)$$

Burada N doğrusal olmayan sistemin bellek uzunluğunu,  $a_{m_1}(n)$  ve  $b_{m_1,m_2}(n)$  ise ikinci dereceden Volterra süzgecinin doğrusal ve karesel katsayılarını belirtmektedir. Doğrusal olmayan terimlere sahip olan genişletilmiş giriş işareti vektörü, Şekil 1'de gösterildiği üzere 2-B bir diziyeye dönüştürülebilir. Destek alanında yer alan M bilgi işareti değerlerinin sıralanması çeşitli şekillerde yapılabilir. Şekil 1 bizim seçtiğimiz sıralamayı da göstermektedir. Bu Volterra süzgeci yapısını (1)'de verilen doğrudan gerçekleştirme yerine kafes-merdiven yapısına sahip bir ortak-süreç kestirimcisi ile gerçekleştirebiliriz. Burada, kafes bölümü genişletilmiş giriş işareti için bir 2-B kafes kestirimcisini, merdiven bölümü ise dikleştirilmiş geriye doğru öngörü hatalarının doğrusal katışımını oluşturmaktadır [3], [5]. Şekil 1'de gösterilen sıralamadan, genişletilmiş giriş işareti bileşenlerinin yatay yönde 1-B

$x(n)x(n-N+1)$						
$x(n)x(n-N+2)$	$x(n-1) \cdot x(n-N+1)$					
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			
$x(n)x(n-1)$	$x(n-1)x(n-2)$	$x(n-2)x(n-3)$	$\dots$	$x(n-N+2) \cdot x(n-N+1)$		
$x(n)^2$	$x(n-1)^2$	$x(n-2)^2$	$\dots$	$x(n-N+2)^2$	$x(n-N+1)^2$	
$x(n)$	$x(n-1)$	$x(n-2)$	$\dots$	$x(n-N+1)$	$x(n-N+1)$	

(a)



(b)

**Şekil 1. (a)** 2-B bir dizi şeklinde düzenlenmiş genişletilmiş giriş vektörü.  
**(b)** Giriş dizisi için önerilen sıralama.

bir dizilime sahip olduğu anlaşılmaktadır. Bu sıralama tam-karmaşıklıkta sahip 2-B kafes süzgecinden bazı kafes bölümlerini elemek için seçilmiştir. Satırlar boyunca oluşan öteleme değişmezlik özelliği kullanılarak, her satır içindeki dikleştirme işlemi sıradan 1-B FIR kafes süzgeçleri kullanılarak yapılabilir. Sonuçta ortaya çıkan ve tam-karmaşıklıkta yapıya göre önemli ölçüde azalmış sayıda kafes bölümü içeren yapı, düşük-karmaşıklıkta 2-B dik kafes süzgeçidir [3]. Ortak-süreç kestirimcisinin merdiven bölümü dikleştirilmiş geriye doğru öngörü hatalarını kullanarak ana giriş işareti  $d(n)$  için bir kestirim oluşturmaktadır. Sistem tanılama uygulamasında bu ana giriş işareti ikincideneden bir Volterra süzgecinin çıkışı olacaktır. Şekil 2,  $N = 4$  durumu için düşük-karmaşıklıkta 2-B dik kafes süzgeci ve merdiven bölümüyle tam bir doğrusal olmayan ortak-süreç kestirimcisini göstermektedir.

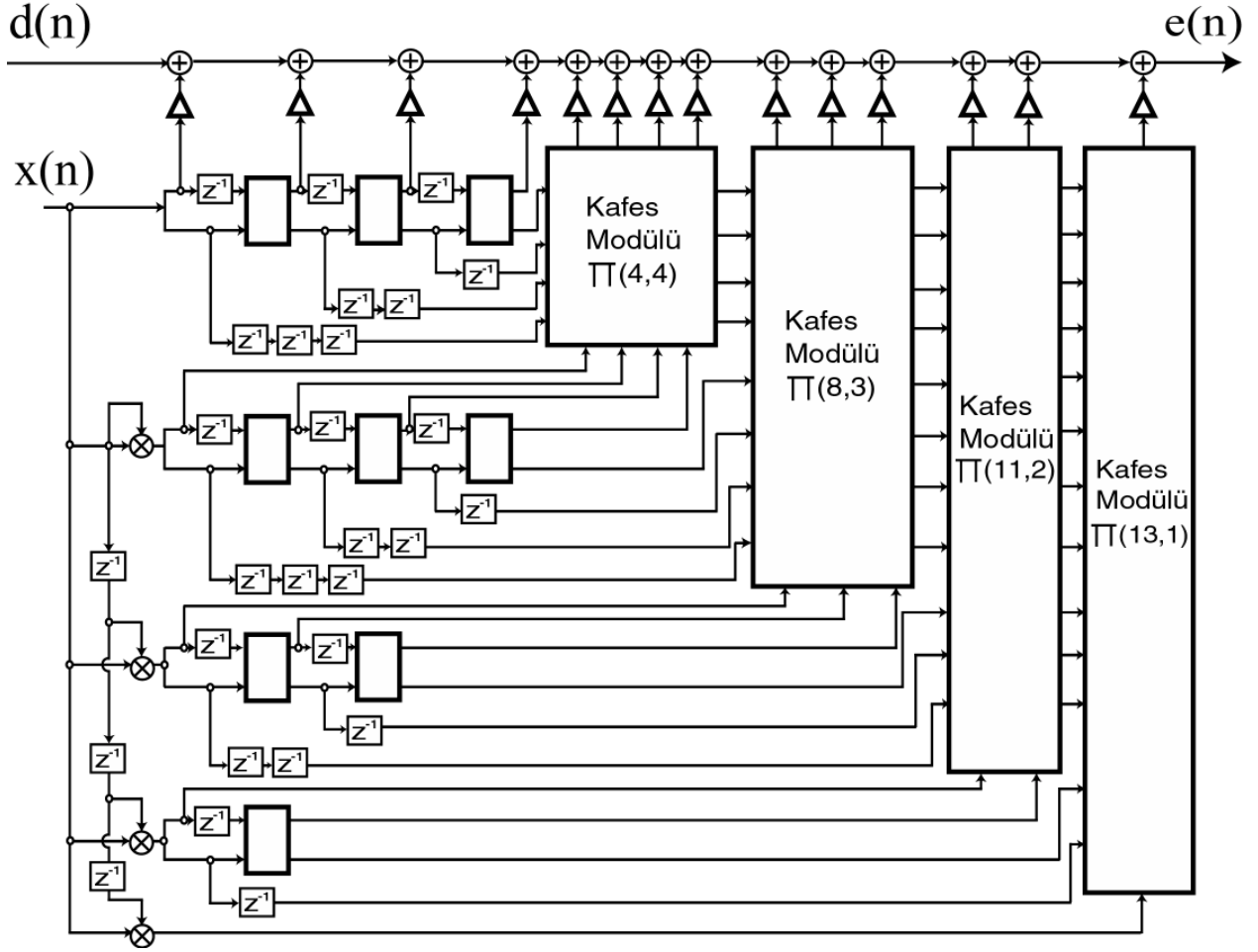
## 2. RLS uyarlama kullanarak doğrusal olmayan sistem tanılama

2-B kafes süzgeci tarafından üretilen ve  $b_0^{(0)}(k_1, k_2)$ ,  $b_1^{(1)}(k_1, k_2)$ , ...,  $b_M^{(M)}(k_1, k_2)$  olarak gösterilen geriye doğru öngörü hataları birbirlerine dik olmaktadır [3]. Bu özellik bizim yapımızın [2]'de belirtilen çok-kanallı kafes yapısına göre en önemli avantajını getirmektedir. [2]'de geliştirilen yapı için farklı kanallarda yer alan geriye doğru öngörü hataları birbirlerine dik olurken, aynı kanalda yer alan hatalar ise dikleşmemektedirler. Bizim sunduğumuz yapıda ise tüm geriye doğru öngörü hataları tam olarak dikleşmektedirler. Bu özellik LMS ve benzeri bayır-iniş temelli uyarlama algoritmalarında daha hızlı ve giriş istatistiksel özelliklerine daha az bağımlı uyarlama sağlayacaktır. Bu bildiriye ise [2]'de sunulan yapıyla karşılaştırma yapmayı mümkün kılmak için RLS temelli bir uyarlama algoritması geliştirdik.

Genişletilmiş giriş dizisinin her bir satırında dikleştirme 1-B FIR kafes süzgeçleriyle sağlanmaktadır. Bu 1-B kafes süzgeçlerin katsayılarının uyarlanması literatürde kolayca bulunabilecek 1-B uyarlanabilir süzgeçlerden herhangi bir tanesi kullanılabilir. Biz, hızlı, düşük işlem yoğunluklu ve sayısal olarak gürbüz uyarlama sağlayan sonsal (a posteriori) kestirim RLS kafes yöntemini kullandık. Satırlar arası dikleştirmeyi sağlayan kafes modülü bölümlerinde öteleme değişmezlik özelliği geçerli olmamaktadır. Ancak, 2-B kafes kestirimci kafes modüllerinin girişleri olan geriye doğru ve ileriye doğru öngörü hatalarının birbirine dik olmasını sağlamaktadır. Kafes yapısının bu bağlaşımlar özelliği kafes modüllerin içerisinde yer alan kafes bölümlerinin her biri için uyarlama ayrı olacak şekilde bir RLS algoritması geliştirmemize olanak vermektedir. Geriye doğru öngörü hataları için RLS zaman güncelleme denklemleri aşağıda verilmektedir. Burada  $i$  zaman değişkeni, başlangıç değeri olarak  $\delta$  küçük artı bir değer olmak üzere  $P(0) = \delta^{-1}$  ve  $w(0) = 0$  olmaktadır.  $i = 1, 2, \dots$  için

$$\bar{g} = P(i-1)b_p^{(n-1)}(i)$$

$$g = \frac{\bar{g}}{\lambda + \bar{g}b_p^{(n-1)}(i)}$$



Şekil 2.  $N=4$  için önerilen 2-B kafes süzgeç tabanlı doğrusal olmayan ortak-süreç kestirimci.

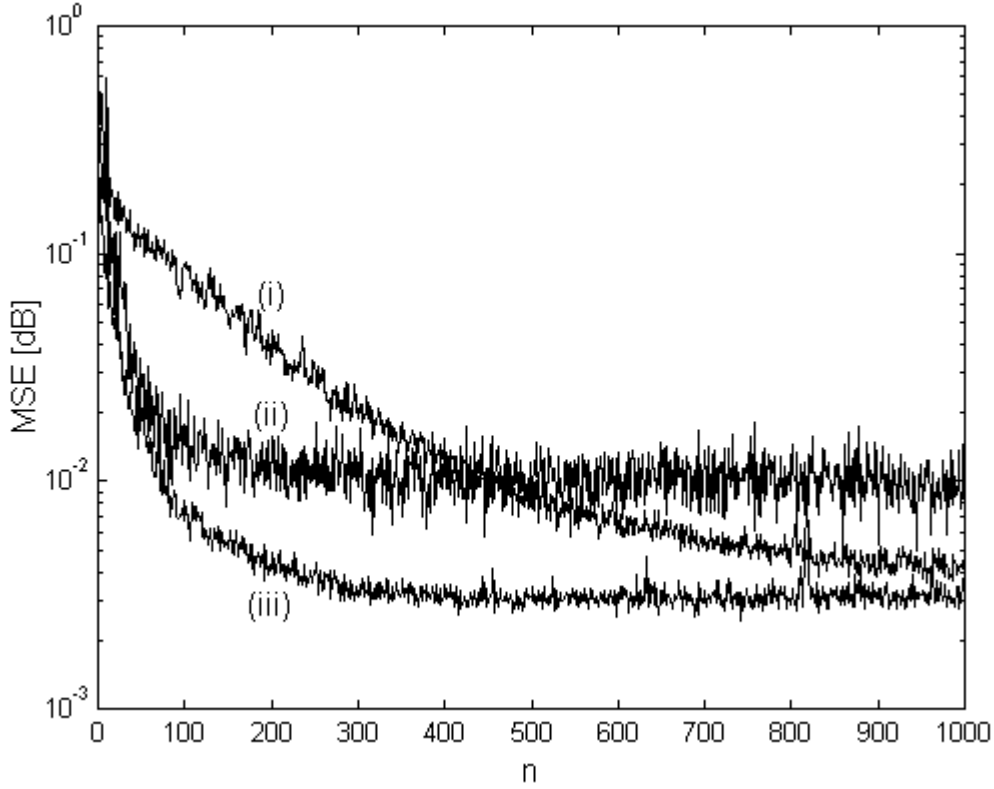
$$\begin{aligned}
 P(i) &= \lambda^{-1} (P(i-1) - g \bar{g}) \\
 w(i) &= f_{p-n}^{(n-1)}(i) + \Gamma_{b_p}^n(i-1) b_p^{(n-1)}(i) \\
 \Gamma_{b_p}^n(i) &= \Gamma_{b_p}^n(i-1) + g w(i)
 \end{aligned} \tag{2}$$

Burada,  $\Gamma_{f_{p-n}}^{(n)}$  ve  $\Gamma_{b_p}^{(n)}$  sırasıyla ileriye ve geriye doğru öngörü hataları için gerçel-değerli  $n$ . adım yansımaya katsayılarıdır. [3], [6]. Kafes süzgecin bağlaşım-öner özelliği merdiven bölümü için de geçerli olmaktadır. Böylece kafes modüllerinde yer alan ileriye doğru öngörü katsayıları ve merdiven katsayıları için (2)'ye benzer uyarlama algoritmaları kullanabiliriz.

### 3. Benzetim Sonuçları

Benzetimlerde, uyarlamalı süzgeçler tanılacak ikinci-dereceden Volterra süzgecinin derecesi ve bellek uzunluğu bilindiği varsayımı altında koşturuldu. Tanılayacağımız süzgeç için  $N = 4$  seçilmişti, böylece 4 doğrusal ve 10 karesel katsayısı bulunuyordu. Bu katsayıların değerleri [2]'de sunulan örnekte, bu örnekteki sistemi  $N = 4$  olacak şekilde kırparak elde edildi. Bilinmeyen sistem giriş işareti  $x(n)$ , [2]'de anlatıldığı şekilde elde edilmiş renkli sözde-normal dağılımlı gürültüydü. İstenen işaret  $d(n)$ , çıkış işaretine giriş işareti ile ilintisiz beyaz normal dağılımlı gürültü eklenerek elde edildi. Gözlem gürültüsü gücü 20 dB SNR sağlanacak şekilde seçildi. Bu bildiriye tanıtılan kafes yapısı, [2]'de önerilen çok-kanallı kafes yapısı ve doğrudan transversal gerçekleştirme [1] için, her üçünde de RLS uyarlama kullanarak elde edilen öğrenme eğrileri Şekil 3'de sunulmaktadır. Hata eğrileri 500 gerçekleştiriminin ortalaması olarak elde edilmiştir ve  $\lambda=0.9975$  olarak seçilmiştir. Bizim yapımız kafes süzgeçlerin iyi sayısal davranımını göstermektedir. Çok-kanallı kafes yapısı da doğrudan gerçekleştirilmeye göre daha düşük bir hataya

yakınsamakta, ancak yakınsama hızında, bu yapının doğrudan gerçeklemeye göre artan karmaşıklığı [2] nedeniyle bir yavaşlama gözlenmektedir. Sunduğumuz yapı ise transversal gerçekleştirme kadar hızlı bir yakınsama göstermektedir ve diğer kafes yapıdan daha iyi başarıma sahiptir.



Şekil 3. Farklı gerçekleştirme yapıları için öğrenme eğrileri.

- (i) çok-kanallı kafes yapısı
- (ii) transversal doğrudan-gerçekleme
- (iii) 2-B kafes süzgeç tabanlı yapı

#### 4. Sonuçlar

Bu bildiriye, ikinci-dereceden Volterra süzgeçlerin gerçekleştirilmesi için 2-B dik kafes süzgecini [3] kullanan yeni bir yöntem önerilmektedir. Önerilen yapı kullanılarak bir uyarlamalı doğrusal olmayan süzgeç gerçekleştirilmekte ve bu süzgeç için geliştirilen RLS uyarlama algoritmaları sunulmaktadır. Sunduğumuz yapının uyarlamalı doğrusal olmayan sistem tanılama uygulamasında başarımının, daha önce literatürde sunulan yöntemlere [1], [2] göre daha yüksek olduğu bilgisayar benzetimleriyle gösterilmektedir.

#### Kaynaklar

- [1] A.H. Kayran, "Two-dimensional orthogonal lattice structures for autoregressive modeling of random fields", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, No.4., s.963-978, Nisan 1996.
- [2] A.H.Kayran ve E. Ekşioğlu, "2D FIR Wiener filter realization using orthogonal lattice structures", *Electronics Letters*, vol. 36, No.12, s.1078-1079, Haziran 2000.
- [3] A.H. Kayran, "2D ARMA lattice modelling using two-channel AR lattice approach", *Electronics Letters*, vol.32, No.16, s.1434-1435, Ağustos 1996.
- [4] A.H. Kayran, "2D maximum likelihood spectrum estimation using orthogonal 2D lattice filters", *Electronics Letters*, vol.32, No.15, s.1339-1340, Temmuz 1996.
- [5] M.A. Syed ve V.J. Mathews, "Lattice algorithms for recursive least squares adaptive second-order Volterra filtering", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.41, No.3, s. 202-214, Mart 1994.
- [6] D.G. Manolakis, V.K. Ingle, S.M. Kogon, *Statistical and Adaptive Signal Processing*, Boston, McGraw-Hill, 2000.