

# DİKGEN FREKANS BÖLÜŞÜMLÜ ÇOĞULLAMA (OFDM) SİSTEMİNİN DÜZ VE HIZLI SÖNÜMLEMELİ KANALLARDA BAŞARIM ANALİZİ

Özgür Karabacak ve Mehmet Şafak  
Hacettepe Üniversitesi  
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
06532 Beytepe, Ankara  
ozgurk@hacettepe.edu.tr, msafak@hacettepe.edu.tr

## Özet

Bu çalışmada OFDM sisteminin düz ve hızlı sönmlemeli kanallarda sembol-hata-oranının (SER) başarıml analizi yapılmıştır. Kanalın zamana bağılı olarak değışmesi ve taşıyıcı frekansındaki kayma nedeniyle, OFDM sisteminin alt taşıyıcıları (subcarrier) arasında girişim (ICI) meydana gelir. HIPERLAN/2 sisteminin ICI'dan dolayı oluşan sinyal-girişim-oranı (SIR) hesaplanmış ve bu girişimin HIPERLAN/2 sisteminin SER başarımlı üzerindeki etkisi zamanla hızlı değışen, ayırıcı (dispersive) ve Nakagami sönmlemeye maruz kalmış kanallar için incelenmiştir. Bunun yanısıra, zamanla hızlı değışen, Nakagami sönmlemeli kanallar için HIPERLAN/2 sisteminin başarıml analizi L-yollu çeşitleme (L-branck diversity) için yapılmıştır. Bu analiz en büyük oranlı birleştirme (MRC), seçici birleştirme (SC) ve eşit oranlı birleştirme (EGC) için gerçekleştirilmiştir. Modülasyon tekniğı olarak, sönmlemeli kanallardaki sağlamlığından dolayı DPSK seçilmiş ve bu modülasyon tekniğinin başarımlı, HIPERLAN/2 için tavsiye edilen modülasyon teknikleri (BPSK, QAM) ile karşılaştırılmıştır.

## 1. Giriş

OFDM [1-3], mevcut kanal bant genişliğini, alt kanal adı verilen dar kanallara böler ve örtüşen, dik alt kanallarda seri alt sembollerin paralel olarak iletimi için bir alt taşıyıcı seti kullanır. Böylece, bir alt sembol süresi, alıcı ve verici antenler arasındaki çokyolluluktan (multipath) kaynaklanan çokyollu gecikme yayılımı etkisinden kurtulmak için büyük ölçüde artırılır. Bu, frekans seçici sönmlemenin yerine, denkleştirmeyi (equalization) çok kolaylaştıran düz sönmlemeye neden olur. Sönmleme düz olduğundan, OFDM'de yüksek iletim hızları elde edilebilir. Örneğın; HIPERLAN/2'nin [4] iletim hızı 54 Mbps'ye kadar çıkabilir. HIPERLAN/2, yakın zamanda yüksek performanslı yerel alan ağları için standart olarak kabul edilmiş ve bina içi ortamlarda elverişli kablosuz iletişimi sağlamak için tasarlanmış bir sistemdir.

İletilen OFDM alt sembol süresi, kanalın gecikme yayılımından büyük olmasına rağmen, kanal saçılması ardarda gelen OFDM sembollerinde gene de üstüste binmeye neden olabilir. Bu durum, başarımlı düşüren, OFDM sembollerini arasındaki girişim (inter-symbol-interference, ISI)'in artmasına neden olur. Kanalın etkisi, çevrimsel önek (cyclic prefix) kullanılarak, alt sembollerin kanalın ayırık frekans tepkisi (discrete frequency response) ile kompleks çarpımına dönüştürülür ve ISI temizlenir. OFDM, alt sembol süresi arttıkça, Doppler yayılımına bağılı olan zaman seçici sönmlemeye karşı daha hassas hale gelir. Kanalın zamanla değışen karakteristiğinden dolayı, OFDM alt taşıyıcıları arasında oluşacak girişim (inter-carrier-interference, ICI) sistem başarımlında düşüğe neden olacaktır. OFDM alt taşıyıcıları, tipik olarak bit hata oranı (BER)'in artmasına yol açacak ICI nedeniyle, karşılıklı dikeyliklerini kaybederler. Benzer şekilde, taşıyıcı frekansındaki kaymalar da ICI 'ya neden olur. Frekans kaymaları, alıcı ve verici osilatörleri arasındaki semkronizasyon eksikliğinden kaynaklanır.

## 2. Taşıyıcılar Arası Girişim (ICI)

Sönmlemenin düz olduğunu ve kanal kazancının N tane alt sembol bloğı boyunca değıştiğini varsayalım. (hızlı sönmleme). Ayrıca ICI'nın sistem başarımlında en etkin olduğunu düşünelim, böylece toplanır beyaz Gauss gürültüsü (AWGN) ihmal edilebilir. Alınan sinyal FFT tarafından işlenmektedir. Demodüle edilen OFDM sembolü şu şekilde yazılabilir [5] :

$$W(i) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{-j\frac{2\pi in}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{Z-1} X(k)H(n, k) e^{-j\frac{2\pi n[i-(k+\epsilon)]}{N}}, i = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (1)$$

$X(k)$ , k. alt taşıyıcı modülasyon sembolü ve  $x(n)$ 'nin Z-FFT değıeridir.  $H(n, k) = H(t = nT_s, f = k\Delta f)$ , kanalın, k'ncı alt taşıyıcı frekansında ve n'inci örnekleme zamanında, zamanla değışen frekans tepkisidir.  $T_s$ , OFDM sembolündeki bir alt sembol süresidir;  $\Delta f$ , alt kanal bant genişliğidir. 64-FFT sistemi (HIPERLAN/2) için  $Z=52$ 'dir ve  $\epsilon$ , alt kanal bant genişliğine göre göreceli alt taşıyıcı frekansındaki kaymadır.

Kanalın, geniş-anlamda-değişmez (WSS) ve ilişkisiz izotrop olarak saçılmış [2] olduğunu varsayarak, sinyal bölü girişim (ICI) oranını (signal-to-interference-ratio, SIR)'ın ortalama değeri aşağıdaki gibi elde edilmiştir [5] :

$$SIR(i) = \frac{N + 2 \sum_{p=1}^{N-1} (N-p) J_0(2\pi f_m T_s p) \cos\left(\frac{2\pi p \epsilon}{N}\right)}{\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{Z-1} \left\{ N + 2 \sum_{p=1}^{N-1} (N-p) J_0(2\pi f_m T_s p) \cos\left(\frac{2\pi p(i-k-\epsilon)}{N}\right) \right\}} \quad (2)$$

SIR; N, Z, T<sub>s</sub>, ε ve f<sub>m</sub>'nin bir fonksiyonudur ve sinyal yıldız kümesi (constellation)'nden bağımsızdır. Aynı zamanda, en büyük Doppler frekansı, f<sub>m</sub>, 1/T<sub>c</sub>'ye eşittir. T<sub>c</sub> kanalın evreyuyluluk (coherence) zamanıdır. Herbir alt kanaldaki SIR değerleri birbirinden farklı olduğundan, SIR'ın ortalama değeri aşağıdaki gibi yazılabilir.

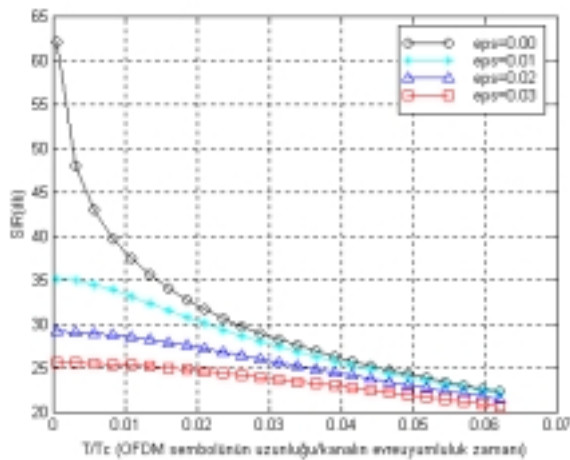
$$\bar{SIR} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{Z-1} SIR(i) \quad (3)$$

Şekil 1, zaman seçici sönmülenmenin ve taşıyıcı frekansındaki kaymanın HIPERLAN/2 sistemi üzerindeki etkisini göstermektedir. Burada, T ve eps sırasıyla OFDM sembolünün uzunluğunu ve OFDM alt kanalının bant genişliğine göre alt taşıyıcı frekansındaki kaymayı belirtmektedir. Bu şekilden de görülebileceği gibi, OFDM sisteminin ICI'ya neden olan ve sistemin başarımını düşüren zaman seçici sönmülenmeye ve taşıyıcı frekansındaki kaymalara karşı son derece hassas olduğu gözlenmiştir. Aynı zamanda, verilen bir N ve T<sub>c</sub> değeri için, T<sub>s</sub> arttığında, SIR azalmaktadır. Çünkü, T<sub>s</sub>'in artması, toplam bant genişliğinin ve alt taşıyıcılar arası mesafenin azalmasına neden olur. Bu yüzden, ICI'ya küçük tutmak için, OFDM sisteminin alt taşıyıcıları arasındaki mesafe, kanalın en büyük Doppler frekansına göre uygun bir büyüklükte seçilmelidir. Alt taşıyıcı frekansındaki kayma sıfır olduğu zaman, SIR'ın 25 dB'den büyük olması için, OFDM sembolünün uzunluğu, kanalın evreyuyluluk zamanının %4.5'inden küçük olmalıdır (Bkz. Şekil 1).

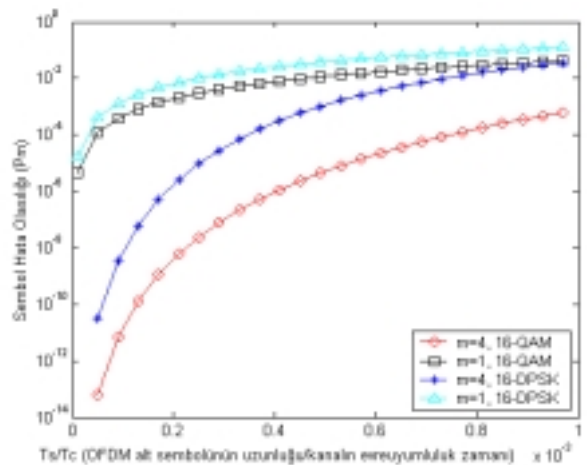
Sönmülenmenin Nakagami-m dağılımlı olduğu varsayıldığından, alınan sinyalin zarfı, r=|y(t)|, Nakagami dağılımlıdır. Alınan sinyalin zarfı, doğruluğu, esnekliği ve diğer dağılımları da kapsamasından dolayı Nakagami dağılımlı olarak seçilmiştir. Nakagami dağılımda, alınan sinyal gücünün olasılık dağılım fonksiyonu (pdf), p(γ<sub>s</sub>), γ<sub>s</sub> = r<sup>2</sup>'nin pdf'si kullanılarak elde edilir. ICI'dan kaynaklanan ortalama sembol hata olasılığı, P<sub>e</sub>, γ<sub>s</sub>'nin pdf'si üzerinde AWGN kanalın koşullu sembol hata olasılığının ortalaması alınarak elde edilir. HIPERLAN/2 sisteminde 16-QAM kullanıldığı düşünüldüğünde, P<sub>e</sub> şu şekilde yazılabilir [5] :

$$P_e = 3 \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_s}{\bar{\gamma}_s + 10m}} \frac{\left(1 + \frac{\bar{\gamma}_s}{10m}\right)^{-m} \Gamma(m+0.5)}{2\sqrt{\pi} \Gamma(m+1)} {}_2F_1\left(1, m+0.5; m+1; \frac{10m}{10m + \bar{\gamma}_s}\right) \quad (3)$$

Burada, {}\_2F\_1(.) Gauss hipergeometrik fonksiyonudur.  $\bar{\gamma}_s$ , Eşitlik 3'te gösterildiği üzere, SIR'ın ortalama değerini, m ise sönmülenme parametresini gösterirler.



Şekil 1. Zaman seçici sönmülenmenin ve taşıyıcı frekansındaki kaymanın HIPERLAN/2 sistemine etkileri



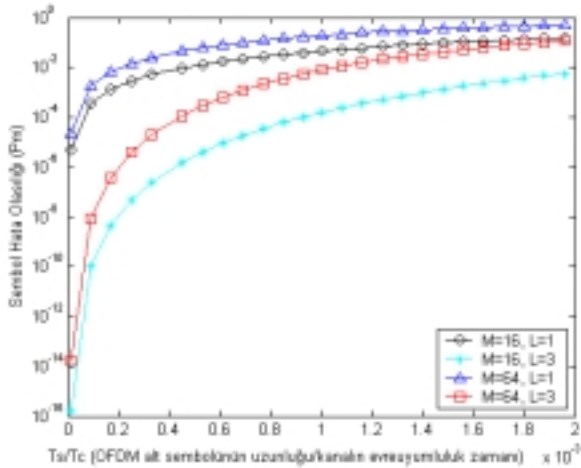
Şekil 2. 16-QAM ve 16-DPSK da, HIPERLAN/2 sistemlerinin başarımlarını kıyaslamaları

OFDM-MDPSK sisteminin BER başarımı, [6]'da, frekans seçici Rician sönümlemeli kanallarda, zaman alanında MDPSK modülasyonu metodu kullanılarak, çeşitlenmeli alım için analiz edilmiştir. Nakagami sönümlemeli kanallarda HIPERLAN/2 sisteminin SER başarımı, [5]'te, frekans alanında MDPSK kullanıldığı durum için sunulmuştur. Şekil 2'de, HIPERLAN/2 sisteminde 16QAM ve 16DPSK için sembol hata olasılıkları kıyaslanmıştır. Beklendiği gibi, verilen bir  $T_s/T_c$  değeri için, m arttıkça sembol hata olasılığı azalmaktadır. m'in büyük değerleri için, sembol hata olasılığı, sönümlenmenin olmadığı durumdaki sembol hata olasılığına yaklaşmaktadır. Düz ve hızlı Nakagami sönümlemeli kanallarda, 16QAM kullanılan HIPERLAN/2 sisteminin, 16DPSK kullanılan HIPERLAN/2 sisteminden daha iyi bir SER başarımı gösterdiği gözlenmiştir. Öte yandan, zamanla değişen kanallarda, evreuyumlu algılama (coherent reception) daha güç ve pahalıdır. Sonuç olarak, evreuyumlu ve evreuyumsuz algılama arasında bir ödünleşim (trade-off) mevcuttur.

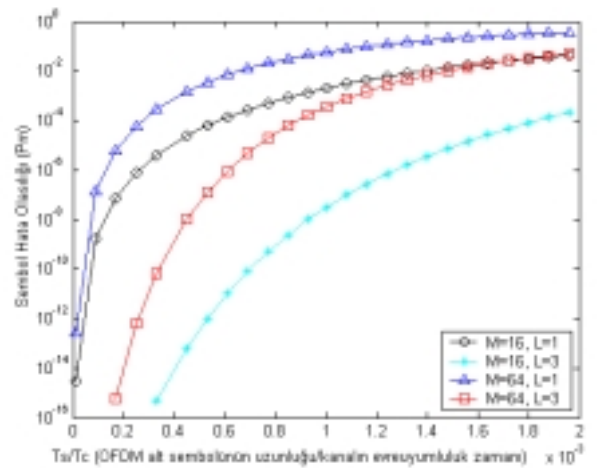
### 3. Nakagami Sönümlemeli Kanallarda , HIPERLAN/2 Sisteminin , L-Yollu Çeşitleme için SER Başarım Analizi

Çeşitlenmeli alım, kablosuz kanallarda oluşan sönümlenmenin olumsuz etkilerini azaltmak için kullanılır. Bunun yanı sıra, geniş sinyal yıldız kümesi ve eş-kanal karışması (cochannel interference) nedeniyle artırılması gereken SNR değerindeki artışın azaltılmasını sağlar. Bu bölümde; çeşitlenmenin, düz, hızlı ve Nakagami sönümlenmeye maruz kalmış kanallarda SER başarımı üzerindeki etkileri görülmektedir. Bu analiz, en büyük oranlı birleştirme (MRC), seçici birleştirme (SC) ve eşit oranlı birleştirme (EGC) için yapılmıştır. Farklı birleştirme tekniklerinin sönümlemeli kanallar üzerindeki başarımı ile ilgili diğer çalışmalar [7,8]'de bulunabilir. Nakagami sönümlenmiş kanallarda MRC, SC ve EGC için bir OFDM sisteminin SER başarımının tam ve yaklaşık değerleri [5]'te türetilmiştir. Bu değerler türetilirken, bütün yolların bağımsız-özdeş dağılımlı ve bağımsız-ayrık dağılımlı olduğu düşünülmüştür.

Şekil 3, m=1 olduğu zaman, alfabe büyüklüğü, M ve L'nin farklı birleşimleri için HIPERLAN/2 sisteminin sembol hata olasılıklarını göstermektedir. M veya  $T_s/T_c$  değerinin azalması sistem başarımının artmasına neden olmaktadır. Beklendiği üzere, çeşitleme yolu sayısı artırıldığı zaman daha iyi SER başarımı gözlemlenmiştir. Aynı zamanda, verilen bir  $T_s/T_c$  değeri için, daha büyük M'ye sahip OFDM sisteminde, çeşitlemeden dolayı oluşan SER başarımındaki artışın, daha küçük M değerine sahip OFDM sisteminde göre daha fazla olduğu görülmüştür. Şekil 4'te, farklı M ve L birleşimleri için HIPERLAN/2 sisteminin SER eğrileri gösterilmektedir. Bu eğriler, çeşitlemeye ait tüm yolların bağımsız-özdeş dağıldığı ve m=3 olduğu kabul edilerek elde edilmiştir. Şekil 3 ve Şekil 4 karşılaştırıldığında, verilen bir  $T_s/T_c$  değeri için, daha kötü bir kanalda çeşitlemeden dolayı oluşan OFDM sembol hata olasılığındaki artışın daha küçük olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 3. MQAM-OFDM sisteminin, Nakagami sönümlemeli kanallarda, EGC için sembol hata olasılığı, m=1.

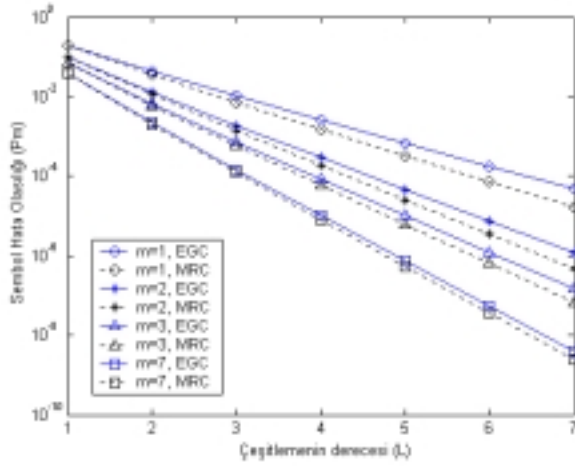


Şekil 4. MQAM-OFDM sisteminin, Nakagami sönümlemeli kanallarda, EGC için sembol hata olasılığı, m=3.

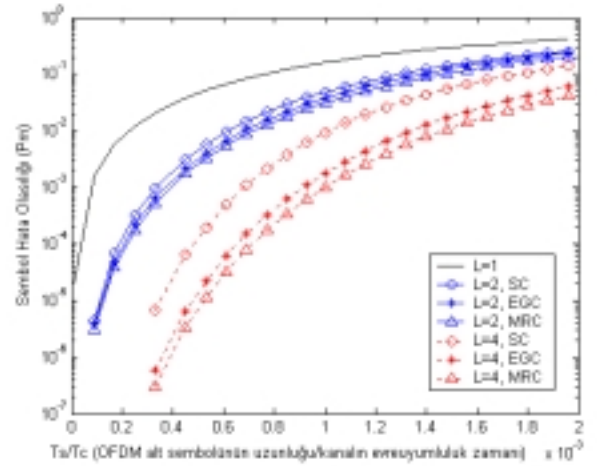
Farklı sönümleme parametresi değerleri için, MRC ve EGC'yi kullanan 16QAM-OFDM sisteminin SER başarımı ile çeşitlenmenin derecesi arasındaki ilişki Şekil 5'te gösterilmiştir. Burada, bütün çeşitleme yollarının bağımsız-özdeş dağıldığı ve her bir yol için alınan SNR değerinin 15dB olduğu kabul edilmiştir. Daha büyük çeşitleme derecesi, birleştirici çıkışındaki sinyalin sönümlenme ihtimalini daha da azaltacaktır. Şekil 5'te, MRC ve EGC'nin hata başarımları arasındaki farkın oldukça küçük olduğu ve çeşitleme

deresindeki artış ile daha belirgin hale geldiği görülmektedir. Bu durum, MRC'nin EGC'ye göre çıkışında daha yüksek SNR değerine sahip sinyal oluşturmasından ve sönümlenmenin etkisini daha fazla azaltmasından kaynaklanmaktadır. Sönümlenme daha şiddetli olduğunda (m daha küçük iken) MRC ve EGC'nin başarımları arasındaki fark daha da büyümektedir. Bu yüzden, şiddetli sönümlenmeleri azaltma yeteneği bu iki birleştirme yönteminin temelini oluşturduğu söylenebilir. Bunun yanısıra, sembol hata olasılığı başarımlarındaki en büyük iyileşme tek-yollu alıcıdan iki-yollu alıcıya geçildiğinde elde edildiği görülmektedir.

Şekil 6'da; EGC, MRC ve SC için 64QAM-OFDM sisteminin SER başarımları, çeşitlemeye ait tüm yolların bağımsız-özdeş dağıldığı ve  $m=1$  olduğu kabul edilerek karşılaştırılmıştır. Bu şekilden, EGC'nin MRC ve SC arasında bir başarımla gösterdiği ve MRC'nin en iyi birleştirme yöntemi olduğu görülmektedir. Daha önceden de açıklandığı üzere, çeşitleme derecesi arttıkça zaman bu üç çeşitleme-birleştirme yöntemi arasındaki başarımların farkı artmaktadır.



**Şekil 5.** 16QAM-OFDM sisteminin Nakagami sönümlenmiş kanallarda EGC ve MRC için sembol hata olasılığı



**Şekil 6.** 64QAM-OFDM sisteminin, Nakagami sönümlenmeli kanallarda, EGC, MRC ve SC için sembol hata olasılığı,  $m=1$ .

#### 4. Sonuçlar

Yapılan çalışmalarda, OFDM sisteminin, ICI'ya neden olan ve sistem başarımını düşüren zaman seçici sönümlenmeye karşı son derece duyarlı olduğu görülmüştür. Benzer şekilde, taşıyıcı frekansındaki kaymalar ICI'ya neden olmaktadır. Kablosuz kanallarda oluşan sönümlenmenin istenmeyen etkilerini ortadan kaldırmak için çeşitlenmeli alım etkili bir yöntemdir. Elde edilen sonuçlar, bir OFDM sisteminin tasarımında ve başarımlarının analizinde kullanılabilir.

#### Referanslar

- [1] J. G. Proakis, "Digital Communications", McGraw-Hill Book Company Inc., 3. Baskı, 1995, s.686-693.
- [2] G.L.Stüber, "Principles of Mobile Communication", Kluwer Academic Publishers, 1996, s.39-45, 166-169, 196-197, 227-231.
- [3] O.Edfors, M.Sandell, J.J.Beek, D.Landström, F.Sjöberg, "An Introduction to Orthogonal Frequency-Division Multiplexing", Lulea University Publication, Eylül 1996, [Online]. Available: <http://www.sm.luth.se>
- [4] M. Johnson, "HIPERLAN/2-The Broadband Radio Transmission Technology Operating in the 5 GHz Frequency Band", 1999, [Online]. Available: <http://www.hiperlan2.com>
- [5] Ö. Karabacak, "Performance of an OFDM system in frequency non-selective fast fading channels", M.S. tezi, Hacettepe Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Ankara, Eylül 2002.
- [6] J. Lu, T. T. Tjhung, F. A. Adachi & C. L. Huang, "BER Performance of OFDM-MDPSK System in Frequency Selective Rician Fading with Diversity Reception", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Temmuz 2000, Cilt.49, No.4, s.1216-1225.
- [7] Annamalai, C. Tellambura ve V. K. Bhargava, "Exact Evaluation of Maximum-Ratio and Equal-Gain Diversity Receivers for M-ary QAM on Nakagami Fading Channels", IEEE Transactions on Communications, Eylül 1999, Cilt.47, No.9, s.1335-1344.
- [8] Annamalai, C. Tellambura, "Error Rates for Nakagami-m Fading Multichannel Reception of Binary and M-ary Signals", IEEE Transactions on Communications, Ocak 2001, Cilt.49, No.1, s.58-68.