

Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon için Tekrarlamalı Uzay Zaman Kodlama

Osman Nuri UÇAN* , Onur OSMAN** , Ömer ERKAN*

*İstanbul Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Müh.Bölümü
34850 Avcılar, İstanbul
uosman@istanbul.edu.tr , oerkan@istanbul.edu.tr

**İstanbul Ticaret Üniversitesi
Ragıp Gümüşpala cd. No:84
34378 Eminönü, İstanbul
oosman@iticu.edu.tr

Özet: Bu çalışmada, Uzay Zaman kodlamanın yeni bir çeşidi olan Tekrarlamalı Uzay Zaman Kodları (TUZK) tanıtılmıştır. Anten çeşitliliği ve blok Uzay Zaman kodlarını kullanmak, Rician özellikle Rayleigh sönümlemeli ortamlarda hata başarımını iyileştirmek ve çok yollu sönümleme ile başa çıkmak için etkili bir yöntemdir. Bu yeni anten çeşitliliğini değerlendirmek için Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (TTCM) tekniği kullanılmıştır ve Alamouti'nin Uzay Zaman kodlarıyla, Tekrarlamalı Uzay Zaman kodları karşılaştırılmıştır.

1.Giriş:

Son zamanlarda anten çeşitliliğinden yararlanmak için değişik iletim çeşitliliği teknikleri tanıtılmıştır. [1]-[2] [3]'de Uzay Zaman Kafes Kodlama yöntemi(Space Time Trellis Coding); kodlama, modülasyon, iletim çeşitliliği ve seçimli alıcı çeşitliliğinin ortak tasarımı olarak tanıtılmıştır. Blok Uzay Zaman kodları Bauch tarafından Turbo-TCM ile birleştirilmiştir [4].

Hata başarımını iyileştirmek için, yeni bir hata düzeltme kodu olarak Turbo kodlar tanıtılmıştır [5]. Turbo kodların önemi, Claude Shannon tarafından kestirilen teorik limite yakın güç verimli, güvenilir haberleşmeyi mümkün kılmasıdır. Turbo kodlar, derin uzay ve uydu haberleşmesi gibi düşük güç uygulamaları için olduğu gibi üçüncü nesil hücresel ve kişisel haberleşme servisleri gibi parazit kısıtlatmalı uygulamalar için de önerilmiştir.

Turbo kodların ana prensibi, Turbo kodların TCM'e, her ikisinde önemli özelliklerini ve yapılarını koruyarak uygulanmasıdır[6]-[7]. Özellikle, TCM kodları, bir veya çok boyutlu kodlar için daha fazla işaret eşleyicisini takip eden sistematik geribeslemeli katlamalı kodlayıcı olarak görülebilir.

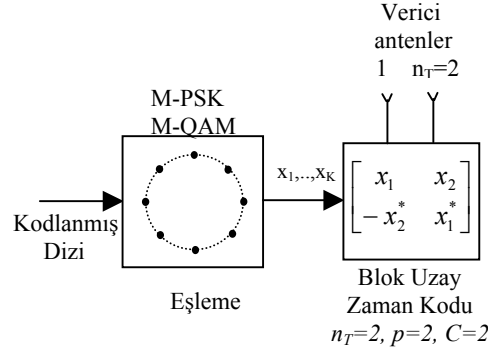
Bu çalışmanın ana hatları şöyledir. 2. kısımda Uzay Zaman kodları detaylı olarak açıklanmış ve birleştirici yapısı için matematiksel model verilmiştir. 3. kısımda önerilen Uzay Zaman modeli tanıtılmış ve matematiksel modeli çıkartılmıştır. 4. kısımda TTCM kodlayıcı ve kod çözücü yapıları verilip, TUZK ile birleştirilmesi anlatılmış, simülasyon sonuçları 5. kısımda verilerek Alamouti'nin Uzay Zaman kodlarıyla kıyaslanmıştır. Son olarak 6. kısımda yorumlar getirilmiştir.

2. Uzay Zaman Blok Kodları:

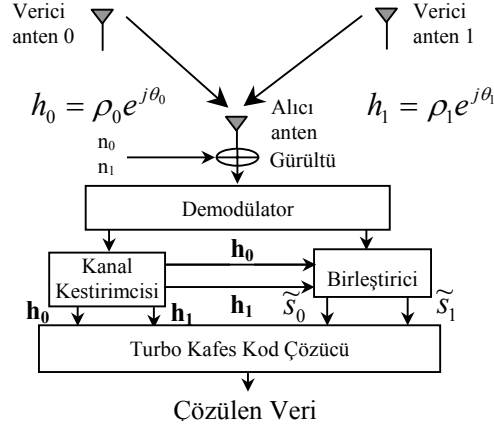
Gezgin iletişimde, çokyollu sönümleme şiddetli genlik ve faz distorsiyonuna neden olur. Dolayısıyla, daha fazla bant genişliği kullanmadan yada daha fazla güç kullanmadan bu sönümleme etkisiyle alıcı ve verici tarafında başa çıkmak haberleşme sisteminin başarısı için çok önemlidir. Verici, kanal sönümleme karakteristiği bilgisinden yoksun olduğu için, alıcıdan vericiye bu bilgi gönderilmelidir ki bu da verici ve alıcı yapısının karmaşıklığına neden olur. Zaman ve frekans çeşitliliği gibi bazı etkili teknikler vardır. Yayılı izge yaklaşımı, eğer kanalın evreyumlu bant genişliği yayılı bant genişliğinden büyükse etkili bir yöntem değildir. Dolayısıyla sönümlemeli ortamlarda, çokyollu sönümlemenin etkisini azaltmak için anten çeşitliliğinin pratik, etkili ve çok kullanılan bir yöntem olduğu sonucuna varılabilir [2]-[3]. Uzay zaman kodlama Rician sönümlemeli ortamlarda çok verici anteni kullanmanın faydalarını sağlayan bant ve güç verimli bir haberleşme metodudur.

Şekil 1'de Blok Uzay Zaman kodlayıcısına bir örnek görülmektedir. Blok Uzay Zaman(BUZ) kodlayıcısı giriş sembollerini $p \times n_T$ boyutlu \mathbf{G} matrisine eşler. n_T verici anten sayısıdır. \mathbf{G} matrisi, C kompleks sembol x_i ,

kompleks konjugeleri x_i^* ve bunların lineer kombinasyonlarından oluşur. [1]'de tanımlandığı gibi \mathbf{G} matrisi genelleştirilmiş kompleks ortogonaldır yani \mathbf{G} matrisinin sütunları ortogonaldır.



Şekil 1. Blok Uzay Zaman Kodlayıcı Yapısı



Şekil 2. Uzay Zaman kodlamalı TCM sistemin alıcı yapısı

Şekil 2'de görüldüğü gibi iki verici bir alıcı antenden oluşan basit bir iletim çeşitliliği şemasını göz önüne alalım. İşaretlerin antenlerden aynı anda gönderildiği varsayılır. İlk kodlama adımı t anında birinci antenden s_0 işareti, ikinci antenden s_1 işaretini gönderir. Bir sonraki kodlama adımı $(t+T)$ anında birinci antenden $-s_1^*$ işaretini, ikinci antenden s_0^* işaretini gönderir. $*$ işaretin kompleks konjugesini temsil eder. Kanalin Rician sönümlenmeli olduğu ve bu iki ardışıl işaret süresince sönümlenmenin sabit olduğu varsayılmıştır. Ayrıca kanal parametrelerinin mükemmel kestirildiği varsayılmıştır. Verici anten 0 ile alıcı arasındaki kanal h_0 , verici anten 1 ile alıcı arasındaki kanal h_1 olarak tanımlayalım. h_0 ve h_1 çok yollu kanalı (1) ifadesi ile modellenir.

$$h_0(t) = h_0(t+T) = \rho_0 e^{j\theta_0} \quad (1.a)$$

$$h_1(t) = h_1(t+T) = \rho_1 e^{j\theta_1} \quad (1.b)$$

T işaret süresi, ρ genlik zayıflama katsayısı ve $e^{j\theta}$ birim vektördür. θ faz gürültüsüdür ve (2) ifadesinde gösterildiği gibi Tikhonov dağılımına sahiptir [8].

$$p(\theta) = \frac{e^{\alpha \cos(\theta)}}{2\pi I_0(\alpha)} \quad |\theta| \leq \pi \quad (2)$$

I_0 , sıfırıncı derece, birinci türden modifiye Bessel fonksiyonu, α taşıyıcı izleme döngüsündeki gerçek sinyal-gürültü oranıdır.

Alınan sinyaller şöyle ifade edilir.

$$r_0 = r(t) = h_0 s_0 + h_1 s_1 + n_0 \quad (3.a)$$

$$r_1 = r(t+T) = -h_0 s_1^* + h_1 s_0^* + n_1 \quad (3.b)$$

r_0 ve r_1 , t ve $t+T$ anlarında alınan işaretler, n_0 , n_1 Gauss gürültüsüdür. Şekil 2'deki birleştirici aşağıdaki basit matematiksel işlemleri yapar.

$$\tilde{s}_0 = h_0^* r_0 + h_1 r_1^* \quad (4.a)$$

$$\tilde{s}_1 = h_1^* r_0 - h_0 r_1^* \quad (4.b)$$

Büyükükler yerlerine yazılıp gerekli sadeleştirmeler yapılırsa (5.a) ve (5.b)'deki denklemler elde edilir.

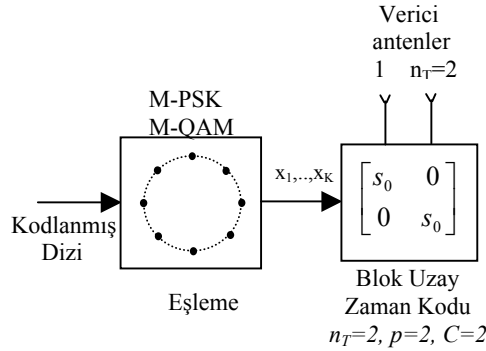
$$\tilde{s}_0 = (\rho_0^2 + \rho_1^2) s_0 + h_0^* n_0 + h_1 n_1^* \quad (5.a)$$

$$\tilde{s}_1 = (\rho_0^2 + \rho_1^2) s_1 - h_0 n_1^* + h_1^* n_0 \quad (5.b)$$

(5) denkleminin çıktıları Turbo Kafes Kod Çözücüsünün girişi olur.

3. Tekrarlamalı Uzay Zaman Kodları:

Tekrarlamalı Uzay Zaman Kodları (TUZK), aynı sinyali bütün antenlerden ardışıl olarak göndererek oluşturulur. Bir anda sadece tek bir anten işareti gönderirken diğer antenlerden işaret gönderilmez. Aynı işaret bütün antenlerden gönderildikten sonra diğer işaretlerde aynı yöntemle teker teker gönderilir. Bu metotta iletilen işaret gücü, bir anda sadece bir antenden işaret gönderildiği için değişmez. Şekil 3'te iki verici, bir alıcılı sistem için TUZK metodu görülmektedir.



Şekil 3. 2 verici, 1 alıcı için Tekrarlamalı Uzay Zaman Kodlayıcı yapısı

Alınan işaretler şu şekilde ifade edilebilir.

$$r_0 = r(t) = h_0 s_0 + n_0 \quad (6.a)$$

$$r_1 = r(t+T) = h_1 s_0 + n_1 \quad (6.b)$$

(6) denkleminde s_0 işaretini elde etmek için birleştirici aşağıdaki işlemi gerçekleştirir.

$$\tilde{s}_0 = h_0^* r_0 + h_1 r_1 \quad (7)$$

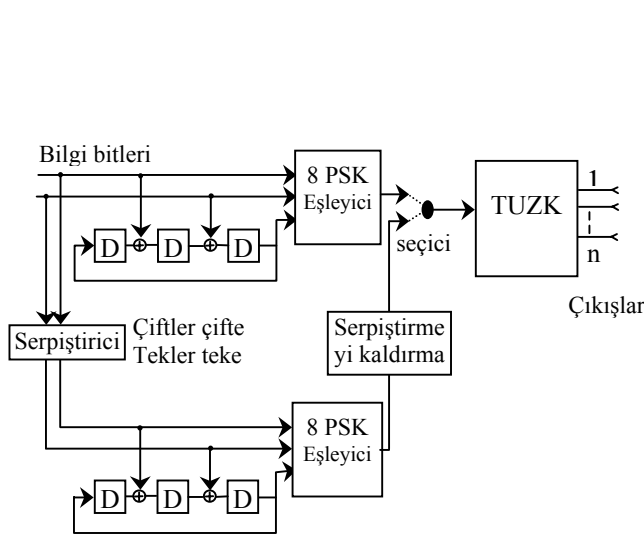
Büyükükler yerlerine yazılıp gerekli sadeleştirmeler yapılırsa birleştirici çıkışı şu şekilde ifade edilir.

$$\tilde{s}_0 = (\rho_0^2 + \rho_1^2) s_0 + h_0^* n_0 + h_1 n_1 \quad (8)$$

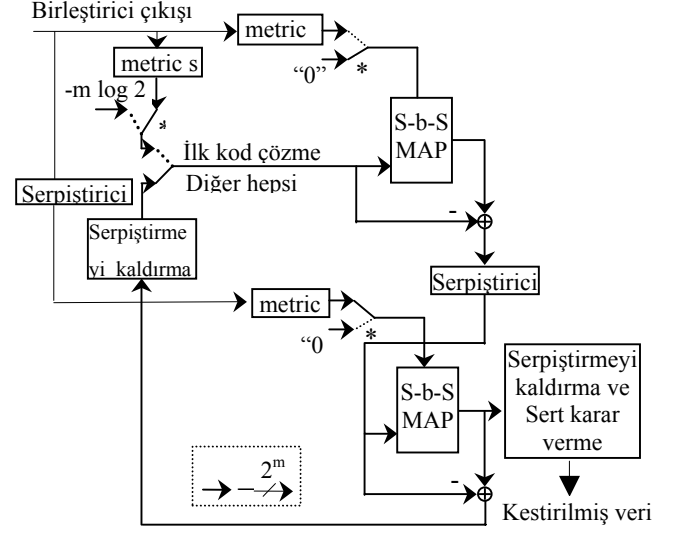
4. TUZK ile TCM Yapılarının Birleştirilmesi:

Şekil 4'te Turbo Kafes kodlayıcısı ile Tekrarlamalı Uzay Zaman kodlayıcısının birleştirilmesinin genel yapısı görülmektedir. Bilgi bitleri aynı anda tek-çift serpiştiriciye girer ve ikinci katlamalı kodlayıcıya geçer. Bu

yüzden TCM kodlayıcı yeni bir R bitlik ikili dizi atar. Bu yeni diziler aynı yöntemle eşlenirler ve tek-çift serpiştirmeyi kaldırma işlemine girer. Seçici, birinci eşleyiciden tek sembolleri, tek-çift serpiştirmeyi kaldırma çıkışlarının çift sembollerini seçer. Seçilen semboller, verici anten sayısına göre Tuzk oluşturmak için kullanılır.



Şekil 4. Tuzk-TTCM kodlayıcı yapısı



Şekil 5. TTCM Kod Çözücü yapısı

Demodüle edilmiş işaretler kanal parametre kestirimi bittikten sonra birleştiriciye girerler. Birleştirici çıkışları Şekil 5'te görülen TTCM kod çözücüsünün girişleridir. Turbo Kafes kod çözme, log-map algoritmasını kullanan verimli iteratif kestirim metodudur ve [6]-[7]'de detaylı olarak sunulan Turbo kafes kodlama hakkında açıklayıcı bilgi aşağıda verilecektir.

Alıcı tarafındaki her bir kod çözücü bileşeni iki girişli işaret-işaret(symbol-by-symbol, S-b-S) MAP kod çözücüdür. Birinci giriş, sistematik ve eşlik verilerini içeren kanal bilgisi, ikinci giriş ise önsel bilgidir. İlk kod çözme adımında, kod çözücü-1 için kanal bilgisi çift indeksli tüm semboller için sıfırlanır(0) ve bu semboller kod çözücü-2'de kullanılır. İlk kod çözmeden sonra, önsel bilgi kod çözücü-1'in çıkışından çıkartılır, serpiştirilir ve kod çözücü-2'ye önsel bilgi olarak geçer. Kod çözücü-1'e benzer olarak tek indeksli semboller için kanal bilgisi sıfırlanır. Kod çözmeden sonra, önsel bilgi kod çözücü-2'nin çıkışından çıkartılır ve serpiştirmeyi kaldırma işlemine girer ve bu da kod çözücü-1'in önsel bilgi girişine girer.

Burda metric s hesaplaması sadece birinci kod çözme aşamasında kullanılır. TTCM yapısından dolayı, sistematik ve eşlik bitleri tek bir sembole eşlenirler ve alıcı tarafında eşlik verisi alınan sinyalden ayrılamaz. Bu yüzden ilk kod çözmenin ilk yarısında S-b-S MAP kod çözücü-1 için önsel bilgi henüz üretilmemiştir. Metric s, önsel bilgiyi alınan dizideki çift indeksli sembollerden hesaplar.

S-b-S MAP kod çözücü çıkışlarını hesaplamak için, öncelikle durum geçişleri aşağıdaki formüle göre hesaplanır.

$$\begin{aligned} \gamma_i(\tilde{S}_k, M', M) &= p(\tilde{S}_k | d_k = i, B_k = M, B_{k-1} = M') \\ &\cdot q(d_k = i | B_k = M, B_{k-1} = M') \\ &\cdot \Pr\{B_k = M | B_{k-1} = M'\} \end{aligned} \quad (9)$$

$q(d_k = i | B_k = M, B_{k-1} = M')$ değeri, kodlayıcı girişi $i \in \{0, 1, \dots, 2^m - 1\}$ $B_{k-1} = M'$ durumundan $B_k = M$ durumuna geçişiyle ilişkilendirilip ilişkilendirilmediğine bağlı olarak 0 yada 1'dir. (9) denkleminin sonundaki bileşen önsel bilgidir ve şöyle ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} &\Pr\{B_k = M | B_{k-1} = M'\} \\ &= \begin{cases} \Pr\{d_k = 0\}, & \text{if } q(d_k = 0 | B_k = M, B_{k-1} = M') = 1 \\ \Pr\{d_k = 1\}, & \text{if } q(d_k = 1 | B_k = M, B_{k-1} = M') = 1 \\ \Pr\{d_k = 2^m - 1\}, & \text{if } q(d_k = 2^m - 1 | B_k = M, B_{k-1} = M') = 1 \end{cases} \\ &= \Pr\{d_k = j\} \end{aligned} \quad (10)$$

Burada $j:q(d_k=j|B_k=M, B_{k-1}=M')=I$ dir. Eğer $q(d_k=j|B_k=M, B_{k-1}=M')=I$ şartını sağlayan j bulunmazsa o zaman $Pr\{B_k=M|B_{k-1}=M'\}=0$ olur.

$\bar{\gamma}_i(B_k \rightarrow B_{k+1})$ ifadesi $\gamma_i(B_k \rightarrow B_{k+1})$ ifadesinin doğal logaritması olsun. $\bar{\alpha}(B_k)$ ifadesi $\alpha(B_k)$ ifadesinin doğal logaritması olsun.

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}(B_k) &= \ln \alpha(B_k) \\ &= \ln \left\{ \sum_{B_{k-1} \in A} \exp[\bar{\alpha}(B_{k-1}) + \bar{\gamma}_i(B_{k-1} \rightarrow B_k)] \right\}\end{aligned}\quad (11)$$

Burda A, B_k durumuna bağlı B_{k-1} durumlarının kümesidir. $\bar{\beta}(B_k)$ ifadesi, $\beta(B_k)$ ifadesinin doğal logaritması olsun.

$$\begin{aligned}\bar{\beta}(B_k) &= \ln \beta(B_k) \\ &= \ln \left\{ \sum_{B_{k+1} \in E} \exp[\bar{\beta}(B_{k+1}) + \bar{\gamma}_i(B_k \rightarrow B_{k+1})] \right\}\end{aligned}\quad (12)$$

Burda E, B_k durumuna bağlı B_{k+1} durumlarının kümesidir. Bu yüzden, istenilen MAP kod çözücü çıkışı şöyledir.

$$\begin{aligned}P_r\{d_k = i | \tilde{\mathbf{S}}\} &= \\ \text{const} \cdot \sum_M \sum_{M'} &\left[\bar{\gamma}_i(\tilde{S}_k, M', M) + \bar{\alpha}_{k-1}(M') + \bar{\beta}_k(M) \right]\end{aligned}\quad (13)$$

$\forall i \in \{0, \dots, 2^m - 1\}$. (13) ifadesindeki sabit (*const*) yukardaki formülün tüm i 'ler üzerinden birime normalize edilmesiyle ortadan kaldırılır.

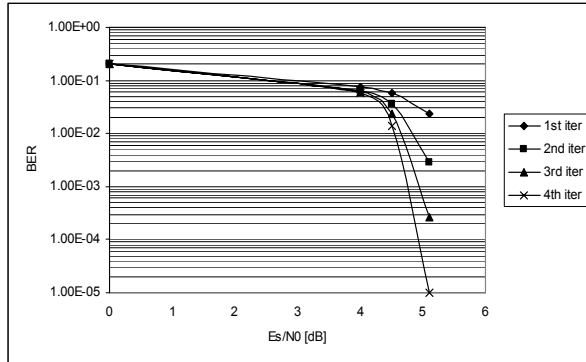
Son iterasyondan sonra, ikinci kod çözücünün çıkışları serpiştirme kaldırma işleminden geçirilir ve karar verilir. Karar verme kuralı mümkün semboller içinde hangisinin olasılığının en büyük olduğudur.

5. Simülasyon Sonuçları:

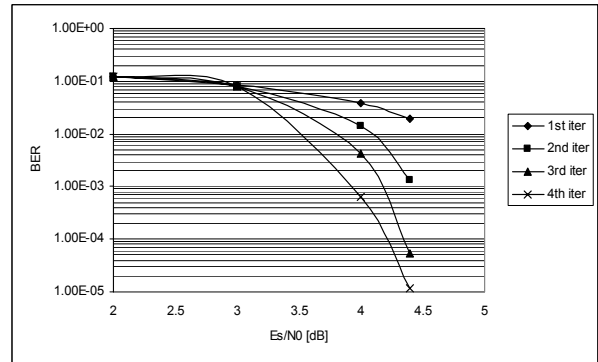
Kodlayıcı iki giriş, üç çıkış, üç hafızalı yani sekiz durumudur. Giriş çerçeve uzunluğu 1024 bittir. Modülasyon türü 8 PSK(Faz Kaydırmalı Anahtarlama) seçilmiştir. Anten konfigürasyonu iki verici, bir alıcı şeklindedir. Kanal Rician sönümlmeli ve mükemmel kanal parametre kestirimi varsayılmıştır. Simülasyon sonuçları $K=0, 10, \infty$ dB için Bit Hata Olasılığı(Bit Error Ratio, BER)'nin Değişik İşaret-Gürültü Oranları(Signal-Noise Ratio, SNR)'na göre değişimini göstermektedir. $K=0$ için Rician olasılık yoğunluk fonksiyonu(pdf), Rayleigh olasılık yoğunluk fonksiyonuna dönmektedir ve bu durum işareti iletmek için en kötü ortamdır.

6'dan 8'e kadar olan şekiller $K=0, 10, \infty$ dB için klasik Uzay Zaman kodlarının hata başarımını gösterir. 9'dan 11'e kadar olan şekiller $K=0, 10, \infty$ dB için önerilen Tekrarlamalı Uzay Zaman kodlarının başarımını gösterir. Bütün simülasyon sonuçları dört iterasyon için yapılmıştır.

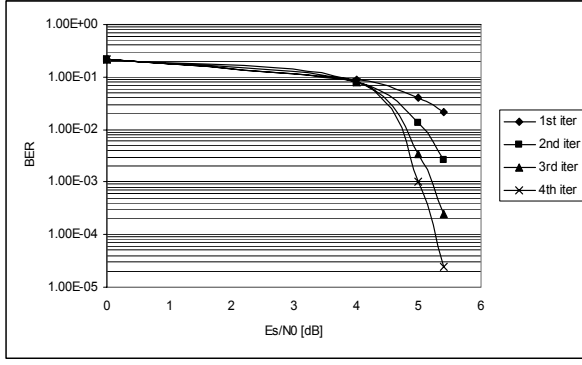
Bu iki Uzay Zaman metodunu kıyasladığımızda, TUZK 0.6 dB kazanç sağladığı şekillerden görülür. Fakat bu metodun bir dezavantajı vardır. Bit oranı iletim frekansı, taşıyıcı frekansının yarısıdır ve bir anda bir anten iletim anten grubu olarak seçilebilir.



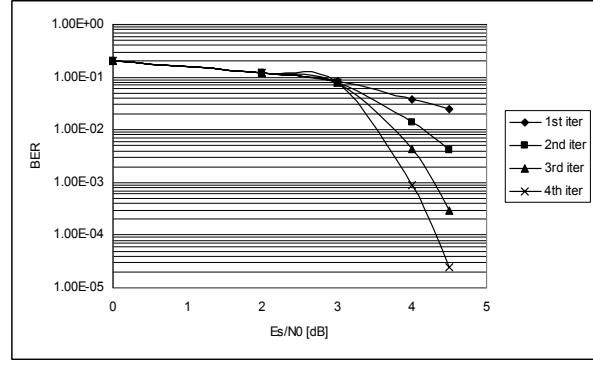
Şekil 6. $K=\infty$ için UZK-TTCM sistemin hata başarımı



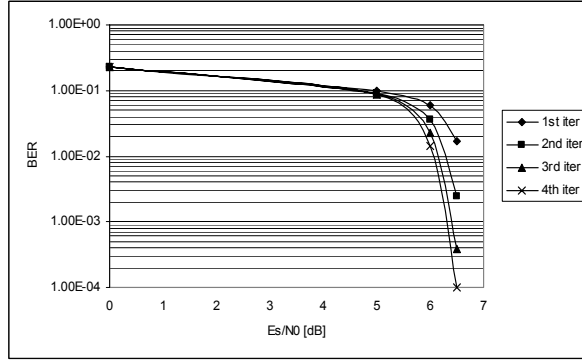
Şekil 9. $K=\infty$ için TUZK-TTCM sistemin hata başarımı



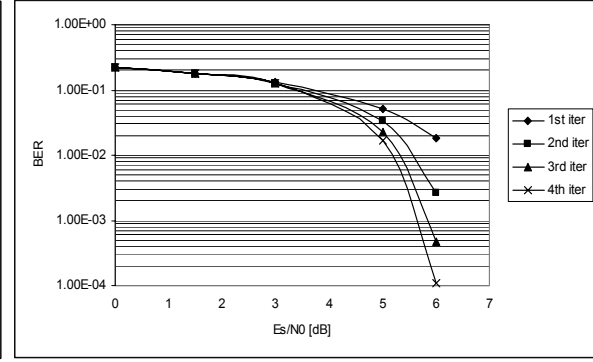
Şekil 7. K=10 için UZK-TTCM sistem hata başarımları



Şekil 10. K=10 için TUZK-TTCM Sistem hata başarımları



Şekil 8. K=0 için UZK-TTCM sistem hata başarımları



Şekil 11. K=0 için TUZK-TTCM sistem hata başarımları

6.Sonuç:

Bu çalışmada klasik Uzak Zaman kodlarına alternatif olarak yeni bir metod olan Tekrarlamalı Uzak Zaman kodlarını sunduk. Her iki metotta kıyaslama için aynı TTCM kodlayıcı ve kod çözücü yapısı kullanılarak simüle edildi. Kanal Rician sönümlenmeli varsayıldı ve K=0 , 10 , ∞ dB için grafikler çizildi. Sonuç olarak Tekrarlamalı Uzak Zaman kodlarının hata başarımları klasik uzak Zaman kodlarına nazaran 0.6 dB daha iyidir fakat bit oranı iletim frekansı taşıyıcı frekansının yarısıdır.

Kaynaklar:

- [1] S.M.Alamouti, "A Simple Transmit Diversity Technique for wireless Communication" *IEEE Journal of Selected Areas in Communications*, Sayı 16, No.8, Ekim 1998.
- [2] V.Tarokh, N.Seshadri, A.Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction" *IEEE Transaction on Information Theory*, Sayı 44, sayfa 744-765, Mart 1998.
- [3] V.Tarokh, H.Jafarkhani, A.Calderbank, "Space-time codes from orthogonal design" *IEEE Transaction on Information Theory*, Haziran 1999.
- [4] G.Bauch, "Concatenation of Space-Time Block Codes and "Turbo"-TCM", *Proc. IEEE International Conference on Communications*, sayfa 1202-1206, Vancouver, Canada, 1999.
- [5] C.Berrou, A.Glavieux, P.Thitimajshima, "Near Shannon-limit error correcting coding and decoding: Turbo codes (1)", *IEEE International Conference on Communications*, sayfa 1064-1070, Geneva, Switzerland, Mayıs 1993.
- [6] P.Robertson, T.Wörz, "Bandwidth-efficient Turbo Trellis coded modulation using punctured component codes", *IEEE Journal of Selected Areas in Communications*, Sayı 16, No.2, 1998.
- [7] W.Blackert, S.Wilson, "Turbo Trellis coded modulation", *Conference Information Signals and System*, 1996.
- [8] O.N.Ucan, O.Osman, S.Paker, "Turbo Coded Signals over Wireless Local Loop Environment", *International Journal of Electronics and Communications, AEU*, sayı 56, No.3, sayfa 163-168, 2002.