Silindirik Yumuşak ve Sert Yüzeyli Bakışımsız Dalga Kılavuzlarında Mod Değişimi İçin Admitans Tayini

Ümit ERTÜRK ve Savaş UÇKUN
Gaziantep Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
27310, Gaziantep
erturk@gantep.edu.tr, savas@gantep.edu.tr

Özet: *Bu çalışmada bakışımsız (chiral) madde ile doldurulmuş Yumuşak ve Sert Yüzeyli dalga kılavuzunda dalga yayınımı incelenerek admitans diyadik hesaplanıp mode değişimi için analiz edilmiştir.*

1. Giriş

Bakışımsız (*chiral*) maddelerin mode değiştirme ve faz kayması için kullanımı elektromanyetik dünyasında birçok teorik uygulama bulmaktadır [1]-[5]. Ikili polarize elektromanyetik dalgalar için de tanımlanan *Yumuşak ve Sert Yüzey* (YSY) (*Soft and Hard Surface*) sınırlar ise akustik konusundan iyi bilinmektedir. YSY lerin özellikleri kaynak [6] da detaylı açıklanmıştır. Kısaca, eğer dalga kılavuzu içindeki oluk (corrugation) boyuna (axial) ise *Sert Yüzey Dalga Kılavuzu*, eğer oluk enine (transverse) ise *Yumuşak Yüzey Dalga Kılavuzu* diye özetlenebilir. *Bakışımsız-dalgakılavuzu* (chirowaveguide) diye adlandırabileceğimiz bakışımsız madde içeren yönlendirilmiş dalga yapısı içinde elektromanyetik dalga yayınımı Pelet ve Engheta [7] gibi birçok bilim adamı tarafından incelenmiştir. Bakışımsız madde ile doldurulmuş silindirik YSYdeki dalga yayınımını gözönüne aldığı çalışmasında impedans diyadiği elde eden Vitanen [4-5] daha sonra bunu kullanarak dalga kılavuzlarında mode değişimi ve faz kaymasını analiz etmiştir.

Bu çalışmada ise farklı olarak silindirik oluklu bakışımsız dalga kılavuzunda admitas diyadik hesaplanıp mode değişimi için analiz edilmiştir. Bu tip silindirik dalga kılavuzlarında, küçük bakışımsızlık parametreleri için eigen alanlar (eigenfields) arasında zayıf bir bağlantının olduğu bilinmektedir. Bu da yayınım alanında bir polarizasyon değişimine neden olmaktadır. Uygun bakışımsız dalga kılavuzu uzunluğu seçilerek TM admitansın TE admitansa, TE admitansın da TM admitansa değiştirilebileceği gösterilmiştir. YSYleri oluşturan, enine ve boyuna oluk derinliğinin çeyrek dalga boyu olduğu kabul edilmiştir.

2. Teori

Silindirik oluklu bakışımsız-dalgakılavuzlarında enine ya da boyuna oluklu olabilen sonsuz uzunluktaki silindirik bir yüzey bulunmaktadır. Silindirin doldurulduğu bakışımsız maddenin yapı denklemleri

$$\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E} - j\,\kappa\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\,\mathbf{H}, \qquad \mathbf{B} = \mu\,\mathbf{H} + j\,\kappa\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\,\mathbf{E} \tag{1}$$

ile gösterilmiş olup burada ε, μ ve κ sırasıyla , bakışımsız ortamın elektriksel geçirgenliği, manyetik geçirgenliği ve bakışımsızlık admitansı olup e^{jwt} gösterilmemiştir. Bakışımsız yapı kayıpsız varsayıldığı için tüm parametreler gerçel sayılardır. Bakışımsız dalga kılavuzunda elektromanyetik alanın z-ekseni boyunca yayındığı, $e^{-j\beta z}$, kabul edilmiştir. β yayınım faktörüdür. Bakışımsız ortamda dalgaların sağ-el ve sol-el dairesel polarize dalgalar şeklinde yayınım yaptığı bilinmektedir. Bu bildiride sağ dalga + sol dalga ise – işareti ile gösterilecektir. Elektrik ve manyetik alanlar boyuna ve enine bileşenleri göz önüne alınarak şöyle yazılabilir.

$$\mathbf{E} = \mathbf{e} + E_z\,\mathbf{u}_z, \qquad \mathbf{H} = \mathbf{h} + H_z\,\mathbf{u}_z. \tag{2}$$

Kaynaksız Maxwell denklemleri ve yapı denklemleri kullanılarak boyuna alan bileşenleri için silindirik koordinatlarda 1. dereceden Bessel fonksiyonu formunda Helmholtz denklemi elde edilir.

$$E_{z\pm}(\rho,\varphi) = A_{n\pm}J_n(k_{c\pm}\rho)e^{jn\varphi} \tag{3}$$

Burada $A_{n\pm}$ ilk değerler kullanılarak bulunacak sabitlerdir. Kısmi enine alanlar $\mathbf{e}_\pm$, boyuna bileşenler $E_{z\pm}$ kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\mathbf{e}_\pm = \left[-\frac{j\beta}{k_{c\pm}^2}\nabla_t \mp \frac{k_\pm}{k_{c\pm}^2}u_z \times \nabla_t \right] E_{z\pm} \tag{4}$$

Burada $E_{z\pm} = (E_z \mp j\eta H_z)/2$, $k_{c\pm} = \sqrt{k^2{}_\pm - \beta^2}$, $k_\pm = k \pm k_0\kappa$, ve $\nabla_t = \nabla - u_z \frac{\partial}{\partial z}$. ∇ operatörünün enine bileşeni ∇_t dir. Denklem (2) enine ve boyuna kısmi alanların toplamı olarak aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir.

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_+ + \mathbf{e}_- + (E_{z+} + E_{z-})\mathbf{u_z}, \quad \mathbf{H}=(j/\eta)[\mathbf{e}_+ - \mathbf{e}_- + (E_{z+} - E_{z-})\mathbf{u_z}] \tag{5}$$

$k_{c\pm}$ parametreleri $\rho = a$ da yumuşak ve sert yüzeyler için sınır değerler kullanılarak tespit dilebilir.

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{E} = 0, \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{H} = 0 \tag{6}$$

Burada Viitanen tarafından da tanımlandığı gibi sert yüzey sınırı için $\mathbf{u} = \mathbf{u}_z$ ve yumuşak yüzey sınırı için $\mathbf{u} = \mathbf{u}_\varphi$ dir. Bu denklemler $J_n(k_{c+}a)J_n(k_{c-}a) = 0$ eigen değer eşitliğini verir. Bu denklemin çözümü $k_{c\pm} = p_{ns}/a$ dır. Burada p_{ns} Bessel fonksiyonun sıfırlarıdır. Viitanen [5] tarafından açıklandığı gibi sert yüzeyli dalga kılavuzları için tüm n endeksleri varken yumuşak yüzeyli dalga kılavuzları için yalnızca n=0 endeksi vardır. $\beta_\pm = \sqrt{k_\pm{}^2 - (p_{ns}/a)^2}$ eşitliği ile + ve − dalgalar için farklı yayınım faktörleri bulunabilir. Bu demektir ki oluklu bakışımsız dalga kılavuzunun içinde aynı n endeksli eigenmodlar daima birbirinden ayrı olarak yayınmaktadır. Bakışımlı (achiral) ortamlarda $k_\pm = k$ ve $\beta_\pm = \beta$ dır. Bakışımsızlık parametresi küçük olduğunda $\beta_\pm \approx \beta \pm (k^2/\beta)\kappa_r$, ve burada $\kappa_r = \sqrt{(\mu_0\varepsilon_0/\mu\ \varepsilon\ )}$ ve $|\kappa_r| << 1$ kabul edildiğinde (4) numaralı denklem aşağıdaki şekilde sadeleşir.

$$\mathbf{e}_\pm \approx \left[-\frac{j\beta}{k_c^2}\nabla_t \mp \frac{k}{k_c^2}\mathbf{u}_z \times \nabla_t \right] E_{z\pm}(\rho,\varphi,z) \tag{7}$$

Burada $E_{z\pm} \approx A_{n\pm}J_n(k_c\rho)e^{jn\varphi}e^{-j\beta z}e^{\mp j(k^2/\beta)\kappa_r z}$ Helmholtz denkleminin çözümü olup β ve k_c bakışımlı madde ile doldurulmuş dalga kılavuzundaki gibidir [3]. Oluklu bakışımsız dalga kılavuzunun admitans değerlerini bulmak için dalga kılavuzu içindeki genel alan [3] de anlatıldığı ve aşağıda gösterildiği gibi TE ve TM alanlarının bir kombinasyonu olarak düşünülebilir. z=0 noktasında boyuna alan bileşenleri $E_z(0) = E_n = A_{n+} + A_{n-}$ ve $H_z(0) = H_n = (j/\eta)\left[A_{n+} - A_{n-}\right]$ olarak belirtildiğinde toplam boyuna elektrik ve toplam boyuna manyetik alan

$$E_z(z) = \left[E_n \cos(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) - \eta H_n \sin(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) \right] \cdot J_n(k_c\rho)e^{jn\varphi}e^{-j\beta z} \tag{8}$$

$$H_z(z) = \left[H_n \cos(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) + \frac{E_n}{\eta}\sin(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) \right] \cdot J_n(k_c\rho)e^{jn\varphi}e^{-j\beta z} \tag{9}$$

Benzer şekilde toplam enine elektrik alan ve toplam enine manyetik alan

$$\mathbf{e} = -\frac{j\beta}{k_c^2}\left[E_n \cos(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) - \eta H_n \sin(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)\right] \times \nabla_t (J_n(k_c\rho)e^{jn\varphi})e^{-j\beta z}$$
$$+ \frac{jk}{k_c^2}\left[E_n \sin(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) + \eta H_n \cos(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)\right] \mathbf{u}_z \times \nabla_t (J_n(k_c\rho)e^{jn\varphi})e^{-j\beta z} \tag{10}$$

$$\mathbf{h} = -\frac{j\beta}{k_c^2}\left[H_n \cos(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) + \frac{E_n}{\eta} \sin(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)\right] \times \nabla_t (J_n(k_c\rho)e^{jn\varphi})e^{-j\beta z}$$
$$+ \frac{jk}{k_c^2}\left[H_n \sin(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) - E_n \cos(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)\right] \mathbf{u}_z \times \nabla_t (J_n(k_c\rho)e^{jn\varphi})e^{-j\beta z} \tag{11}$$

şeklindedir. (8)-(11) numaralı denklemler sert ve yumuşak yüzeyler için geçerlidir ancak yumuşak yüzeyler için n=0 olduğu bilinmektedir. n‘nin sıfır olmasının nedeni eigendalgaların eşleştirilmiş (coupled) olmasıdır ve n’nin diğer değerleri için aralarında eşleşme etkisi yoktur.

3. Sert Yüzey Dalga Kılavuzu İçin Admitans Belirlenmesi

Dalga admitansı denklem (10) ve (11) deki enine alanlar cinsinden şöyle tanımlanır

$$\mathbf{h} = -\overline{\overline{Y}} \cdot \mathbf{e} \tag{12}$$

z=0 noktasında, yani katsayı $H_n = 0$, iken genelleştirilmiş admitans diyadik Denklem (12) den aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\overline{\overline{Y}} = \frac{1}{\eta}\frac{\frac{k^2-\beta^2}{2}\sin(2\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)\overline{\overline{I}}_t - \beta k\overline{\overline{J}}}{\beta^2\cos^2(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) + k^2\sin^2(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)} \tag{13}$$

Burada $\overline{\overline{I}}_t$ enine birim diyadiktir ve $\overline{\overline{J}} = u_z \times \overline{\overline{I}}$ ise 90^0 döndürücüdür (rotator). Eğer z=0 iken $H_n = 0$ ise Denklem (10) ve (11) den karşılık gelen TM admitans $\overline{\overline{Y}}(0) = -(1/\eta)(k/\beta)\overline{\overline{J}}$ dır. $z = (\pi\beta / 2k^2\kappa_r) = \lambda_p / 4$ mesafesinde diyadik admitans $\overline{\overline{Y}}(\lambda_p / 4) = -(1/\eta)(\beta / k)\overline{\overline{J}}$ olup TE admitansa değişmiştir. Benzer şekilde, z = 0 iken $E_n = 0$ olup diyadik admitansın genelleştirilmiş ifadesi şöyledir.

$$\overline{\overline{Y}} = \frac{1}{\eta}\frac{\frac{\beta^2-k^2}{2}\sin(2\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)\overline{\overline{I}}_t - \beta k\overline{\overline{J}}}{\beta^2\sin^2(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) + k^2\cos^2(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)} \tag{14}$$

z=0 ve $z = \lambda_p / 4$ noktalarında diyadik admitans sırasıyla $\overline{\overline{Y}}(0) = -(1/\eta)(\beta / k)\overline{\overline{J}}$ ve $\overline{\overline{Y}}(\lambda_p / 4) = -(1/\eta)(k/\beta)\overline{\overline{J}}$ dir. z=0 daki TE admitansın $z = \lambda_p / 4$ de TM admitansına değiştiği kolaylıkla görülmektedir.

4. Yumuşak Yüzey Dalga Kılavuzu İçin Admitans Belirlenmesi

Bakışımsız yumuşak yüzey dalga kılavuzunun dalga admitansı aşağıdaki eşitlikten elde edilebilir.

$$\mathbf{h} = -\overline{\overline{Y}} \cdot (\mathbf{u}_z \times \mathbf{e}) \tag{15}$$

Diyadik admitansı Denklem (15) ten aşağıdaki şekliyle elde etmek mümkündür.

$$\bar{\bar{Y}} = \frac{1}{\eta}\frac{\frac{\beta^2 - k^2}{2}\sin(2\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)\bar{\bar{J}} - \beta k\,\bar{\bar{I}}_t}{\beta^2\cos^2(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) + k^2\sin^2(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)} \tag{16}$$

z=0, $H_0 = 0$ iken, yani TM alanlar varken, (10) ve (11) numaralı denklemlerden dalga admitansı $\bar{\bar{Y}}(0) = -(1/\eta)(k/\beta)\bar{\bar{I}}_t$ dir. $z = \lambda_p/4$ kadar sonra ise $\bar{\bar{Y}}(\lambda_p/4) = -(1/\eta)(\beta/k)\bar{\bar{I}}_t$ olup TE admitansa dönüşmüştür. Benzer şekilde, z=0, $E_0 = 0$ iken z noktasında diyadik admitans için genelleştirilmiş denklem:

$$\bar{\bar{Y}} = \frac{1}{\eta}\frac{\frac{k^2 - \beta^2}{2}\sin(2\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)\bar{\bar{J}} - \beta k\,\bar{\bar{I}}_t}{\beta^2\sin^2(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z) + k^2\cos^2(\frac{k^2}{\beta}\kappa_r z)} \tag{17}$$

z=0 da $E_0 = 0$ ise, yani TE alanlarımız varsa; TE admitans için $\bar{\bar{Y}}(0) = -(1/\eta)(\beta/k)\bar{\bar{I}}_t$ ve TM admitans için $\bar{\bar{Y}}(\lambda_p/4) = -(1/\eta)(k/\beta)\bar{\bar{I}}_t$ elde edilebilir. Dalga kılavuzunun uzunluğunu 0 ve $(\lambda_p/4)$ seçerek hafif bakışımsız YSY dalga kılavuzlarında mod değişiminin etkisini bulmak için impedans diyadiğini göz önüne alan Viitanen gibi biz de aynı yolu izlediğimizde uygun uzunlukta bakışımsız YSY dalga kılavuzları seçerek TE ve TM gibi yayınımlanan hybrid modlardaki diyadik admitansın başka bir hybrid modun admitans diyadiğine değişimini görmek şaşırtıcı olmadı.

5. Sonuç

Silindirik oluklu bakışımsız dalga kılavuzlarında admitans diyadik hesaplanıp mod değişimi için analiz edildi. Küçük bakışımsızlık parametreleri nedeniyle eigen alanları arasında zayıf bir eşleşme olduğundan, uygun uzunlukta bakışımsız YSY dalga kılavuzu kullanarak yayınan bir hybrid modun diğer hybrid mode değişebileceği görüldü. Sonuç olarak sunulan bakışımsız YSY dalga kılavuzu için genelleştirilmiş diyadik admitans fonksiyonel bir formda elde edildi. Bunun yapılmasıyla da admitansın bu tür dalga kılavuzlarının, impedans diyadik sonuçları ile uyumlu olarak, mod değişimi etkisini tanımlamada kullanılabileceği gösterildi.

6. Kaynaklar

[1] A. J. Viitanen ve P.P. Puska, "Plane Wave Reflection from a Chiral Slab Backed by Soft and Hard Surfaces with Application to Polarisation Transformer," *IEE Proc.-Microwave. Antennas Propagat.,* Vol. 145, No. 4, s. 299-302,Ağustos 1998.
[2] M. I. Mamdouh ve N. Engheta, " Theoretical Study of Variation Constant in a Cylindrical Waveguide due to The Chirality: Chiro Phase Shifting," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 42, No. 9, s. 1690- 1694, Eylül 1994.
[3] A.J. Viitanen, " Mode Transformers for Soft and Hard Surface Waveguides by Using Chiral Material," BIANITSOTROPIC 2000, 8th International on Electromagnetics of Complex Media, Lisbon, s. 293 – 296, 27-29 Eylül2000.
[4] A. J. Viitanen, " Chiral Hard-Surface Waveguide Mode Transformer," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 48, No. 6, s. 1077-1079, Haziran 2000.
[5] A. J. Viitanen, " Chiral Soft Surface Waveguide Mode transformer," *Microwave Optical Technol. Lett.*, Vol. 27, No. 3, s. 168-171, Kasım 2000.
[6] P.-S. Kildal, " Artificially Soft and Hard Surfaces in Electromagnetics," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 38, s. 1537-1544, Ekim 1990.
[7] P. Pelet ve N. Engheta, " The theory of chirowaveguides," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 38, No.1, s. 90-98, 1990.